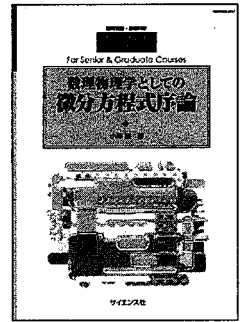


数理解物理学としての 微分方程式序論

小澤徹著, B5判, 200頁, 本体2204円, サイエンス社



物理学と関わりの深い数学の分野はいくつかあるが、微分方程式もその一つである。天体の運行を調べるために常微分方程式論が発展し、空間と時間が関わる物理現象を記述するために各種の偏微分方程式が導入されたのは周知の事実である。前世紀中頃には線形偏微分方程式の理論が整備され、後半からは非線形偏微分方程式の理論が爆発的に発展した。また、それに合わせて、関数解析、エネルギー法、分岐理論、変分法、摂動法などの解析手法が大きく進歩し、現代解析学の主流というべき分野へと成長している。

本書は、常微分方程式および偏微分方程式について数理解物理学の視点から考察した本である。想定される読者は、この分野を専攻する学生と院生、および周辺分野の研究者であろう。著者は非線形偏微分方程式の分野において日本を代表する研究者であり、数学と物理学に関する恐るべき博識と洞察力の持ち主である。序文でいきなり「この本は教科書でも入門書でもない。現象に迫るといいながら、方程式の導出の説明もしない」と宣言しており、実際、本書を読もうとする者はその程度の知識を備えていたほうがよいだろう。ただし、物理学的な考察をしないという訳ではなく、逆に、数学的に記述された対象について、(初等的なことからより高度な話題まで)数理解物理的に解釈し直し、現象との関係性について論じている。なお、評者の物理学に関する知識は学部生 + α 程度であり、著者の意図するところをどのくらい汲み取れたか心許ないのだが、理解した範囲で内容を紹介しよう。

本書は序文と16の章から構成されている。序文において、各章の内容は著者の所属する早稲田大学および大学院での講義に基づいていると書かれており、一つの章が1回分の講義に相当すると推測される。もしこれが正しければ、かなりの密度の高さである。基礎的な事項の解説から始まり、中盤は常微分方程式、後半は偏微分方程式が中心となり、現代的な非線形発展方程式の理論までをカバーしている。

まず1章で本書の問題意識について述べた後、2章と3章では数学的な基礎事項について説明している。内容的には、ベクトル空間の定義から始まってノルム空

間と内積空間、ベクトル場などの簡単な解説と、ニュートン力学の枠組みの導入である。基礎的な内容であるが、随所により高い立場からの含蓄のあるコメントがついていて、すでに基礎のできている読者にとっても得るものがあるだろう。たとえば、ベクトル空間についても単に数学的な定義を述べるだけでなく、その物理学的な意味や解釈が付記されている。

4章から8章は微分方程式の解の存在とその性質についての解説である。常微分方程式とは言っても、未知関数はバナッハ空間に値を取るように設定されており、後の偏微分方程式あるいは発展方程式の理論へとつなげることが多分に意識されている。ただし、形式的には通常の微分方程式の扱いと並行しており、それほど戸惑うことはないであろう。

9章から12章までは偏微分方程式およびその一般化である発展方程式を扱っている。指数法則と指数写像が定める力学系として発展方程式を導入し、その具体例と解法について述べている。著者の専門分野に近い部分であり、本書が初出となる定理や証明も含まれている。

後半の13章から16章は、まさに微分方程式とそれによって記述された現象についての数理解物理的立場からの考察であり、おそらく著者がもっとも語りたかった部分であろう。ただし、かなり奥の深い議論がなされていて、その内容を完全に理解するのは容易ではない。

解析学に関する基本的な知識は仮定されているが、証明などはきちんと与えられているので、数学的な内容は理解できるように書かれている。普通の数学書のように定理と証明というスタイルをとってはいるが、それに対するコメントが本書をユニークなものにしている。一読して納得する部分もあれば、禅問答のように訳の分からないところもある。どのように受け取るかは、受け手の物理学および数学についての知識と理解度に依存し、それに応じて印象は変わるだろう。

読み直すたびに新しい発見があり、読めば読むほど味の出てる本である。数学と物理学の関係に興味のある方にはぜひ一読をお勧めしたい。

柳田 英二 (東京工業大学大学院)