複素関数概論(正誤表)

林 実樹廣　　　　長坂 行雄

平成23年 10月 7日

正誤表 (2004.7.23 現在)

(p ○：○頁、　↓○：上から○行目、　↑○：下から○行目)

p9↑2 (誤) $z,\ \bar{z}-z,$　(正) $z,\ \bar{z},\ -z,$

p53↑8 (**問 3** の文末に追記)　ただし、$\tan z = \sin z/\cos z$.

p64↑9,↑6 (誤) $C\ (n<0)$　(正) $C\ (n\le -2)$　[2 箇所]

p66↑8 (誤) 点 $(-1,1)$ から点 $(2,4)$　(正) 点 $-1+i$ から点 $2+4i$

p66↑2 (誤) $\int_C |f(z)|\,|dz|$　(正) $\int_C |f'(z)|\,|dz|$

p81↓2 (誤) 点 a 近傍から a を除いた　(正) 点 a の近傍から中心点 a を除いた

p85↑8 (誤) $\int_0^{2\pi} F(\cos\theta,\sin\theta)dt$　(正) $\int_0^{2\pi} F(\cos\theta,\sin\theta)d\theta$

p87↑12 (誤) (3) $\cdots$ $(|a|>1)$　(正) (3) $\cdots$ $(|a|>1,\ a\in\mathbf{R})$

p87↑8 (誤) (3.34) が $\cdots$　(正) z を上半平面 $\mathrm{Im}\,z\ge 0$ に限れば (3.34) が $\cdots$

p87↑3 (誤) $\int_0^\infty \frac{\sin z}{x}dx$　(正) $\int_0^\infty \frac{\sin x}{x}dx$

p89↑8 (誤) $\bigcap_{n=1}^{\infty} \Delta_n$　(正) $\bigcap_{n=1}^{\infty} \bar{\Delta}_n$

p95↑3 (誤) 点 $a\in\Omega_{-\pi}$ に対して $f(z)$ の収束半径は r_a を

(正) 点 $a\in\Omega_{-\pi}$ を中心とする $f(z)$ のベキ級数展開の収束半径 r_a を

p96↓7 (誤) 零点の列 $\{a_n\},\ a_n\ne a$　(正) 零点の列 $\{c_n\},\ c_n\ne a$

p143↓2 (誤) $D\cup(a,b)$ 上の　(正) $D_+\cup(a,b)$ 上の

p150↑8 (誤) が収束することが示せなければ,　(正) が収束しないときは,

p160↑1 (誤) 4. $m\le U\le M$ ならば $m\le P_U\le M$.

(正) 4. $m\le U\le M$ ならば $m\le P_U\le M$ (m, M は定数).

p161↑4-5 (誤) $|z|\le 1$ で連続で, $|z|<1$ 上正則な関数 f があって,

(正) $|z|<1$ 上正則な関数 f で, $|f(z)|$ が $|z|\le 1$ 上連続で,

p169↓1 (誤) $\varphi(w)=\dfrac{w-re^{i\theta}}{1-re^{-i\theta}w}$　(正) $\varphi(w)=-e^{-i\theta}\dfrac{w-re^{i\theta}}{1-re^{-i\theta}w}$

p171↓11 (誤) $C: z=z(t)\ (a\le t\le b)$　(正) $C: z=z(t)\ (0\le t\le 1)$

p182↑3 (誤) 境界付きコンパクトと見なせる

(正) コンパクト境界付きリーマン面と見なせる

p195↓11 (誤) $\frac{1}{n}(e^{\alpha a}-e^{\alpha b})$　(正) $\frac{1}{n}(e^{\alpha b}-e^{\alpha a})$

p196↑1 (誤) $\int_{C_\varepsilon}\frac{(\zeta-a)^n}{\zeta-z}d\zeta$　(正) $\int_{\partial D}\frac{(\zeta-a)^n}{\zeta-z}d\zeta$

p200↑8 (誤) $\sum e^{-nz}$ は一様収束　(正) $\sum n^{-z}$ は一様収束

改訂版(2011.10.7 現在)

定理 4.14　領域 D 上の関数列 $\{f_n\}$ について，つぎの 3 性質は互いに同値である．(a) $\{f_n\}$ が D で広義一様収束する; (b) D の任意の点 c において，c の近傍 $U(c)$ が存在して $\{f_n\}$ が $U(c)$ 上一様収束している; (c) D の開被覆 $\{D_\lambda\}_{\lambda\in\Lambda}$ が存在して，$\{f_n\}$ が D_λ 上一様収束している．

証明： (a)⇒(b): c の近傍 $U(c)$ として，閉包 $\overline{U(c)}$ がコンパクトで D に含まれるものをとればよい．

(b)⇒(c): $\{U(c)\}_{c\in D}$ が (c) を満たす D の開被覆になる．

(c)⇒(a): 任意のコンパクト集合 $K(\subset D)$ に対して，$\{D_\lambda\}_{\lambda\in\Lambda}$ は K の開被覆になるので，K の有限被覆 $\{D_{\lambda_j}\}_{j=1}^k$ が存在する．$\{f_n\}$ は $D_{\lambda_1}\cup\cdots\cup D_{\lambda_k}$ 上で一様収束するので，K 上でも一様収束する．よって，$\{f_n\}$ は D 上広義一様収束する．　//

定理 4.17 (モンテル (Montel) の定理)　$\mathcal{F}=\{f\}$ を領域 D 上で正則な関数の族について，つぎ性質のどちらかが成り立てば $\mathcal{F}$ は正規族である．

(a) 各点 $c\in D$ に対して，c の近傍 $U(c)$ と定数 $M(c)$ があって，各近傍 $U(c)$ 上でつぎが成り立つ：$|f(z)|\le M(c)\quad(f\in\mathcal{F},\, z\in U(c))$.

(b) D の開被覆 $\{D_\lambda\}_{\lambda\in\Lambda}$ と定数 M_λ があって，各開集合 D_λ 上でつぎが成り立つ：$|f(z)|\le M_\lambda\quad(f\in\mathcal{F},\, z\in D_\lambda)$.

証明： (a) が成り立てば，補題 4.2 により，任意の点 $c\in D$ において，$f\in\mathcal{F}$ は同程度連続であり，一様有界でもある．よって，Ascoli-Arzelà の定理 (定理 4.16) により $\mathcal{F}$ は正規族となる．(b) が成り立てば、各点 $c\in D$ に対して，c を含む D_λ があるので，$U(c)\subset D_\lambda$ となる c の近傍 $U(c)$ をとり，$M(c)=M_\lambda$ とおけば，(a) が成り立つので、$\mathcal{F}$ は正規族となる．　//