

テクニカル・ノート

「生産可能性フロンティアと価格線の接点での最適生産点の決定」

このテクニカル・ノートでは、第5章で用いられている、2財・2生産要素の生産モデルで、所与の価格比率の下で、すべての市場が完全競争市場であり、企業が利潤最大化行動をとっていると、両生産要素を完全雇用して決まる最適生産点は、この経済の生産可能性フロンティアと価格線の接点で決まることを、より詳しく説明します。

第 i 産業における完全競争企業の利潤(π_i)は

$$\pi_i = p_i X_i - wL_i - rK_i \quad i=1,2 \quad (1)$$

と表せます。ただし、 π_i ：第 i 産業の企業の利潤、 p_i ：財 i の価格、 X_i ：財 i の産出量、 w ：賃金率、 L_i ：労働の投入量、 r ：資本のレンタル率、 K_i ：資本の投入量。

企業の財 i を生産する技術は、一般的に生産関数で、

$$X_i = f_i(L_i, K_i) \quad (2)$$

で示されるとします。この生産関数は規模に関して収穫一定、各生産要素の限界生産力が逓減する、などの適切な性質をもつと仮定します。すべての企業は財市場と生産要素市場でプライス・テイカーですから、企業は p_i 、 w 、 r を一定とみなして、利潤を最大にする労働の投入量(L_i)と資本の投入量(K_i)を決定します。利潤最大化の条件は、次の2式で表せます。

$$\left. \frac{\Delta \pi_i}{\Delta L_i} \right|_{K_i=\text{一定}} = p_i \left. \frac{\Delta f_i}{\Delta L_i} \right|_{K_i=\text{一定}} - w = 0 \quad (3)$$

$$\left. \frac{\Delta \pi_i}{\Delta K_i} \right|_{L_i=\text{一定}} = p_i \left. \frac{\Delta f_i}{\Delta K_i} \right|_{L_i=\text{一定}} - r = 0 \quad (4)$$

(3) と (4) は、利潤の L_i と K_i に関する接線の傾きがゼロとなる条件を示しています¹⁾。

ここで、 $\left. \frac{\Delta f_i}{\Delta L_i} \right|_{K_i=\text{一定}}$ は、資本量が一定の下で労働を微小な 1 単位増加させたときの財 i の

産出量の増分である、労働の限界生産物 (marginal product of labor : MPL) を示してい

ます²⁾。そこで、 $\left. \frac{\Delta f_i}{\Delta L_i} \right|_{K_i=\text{一定}} \equiv MPL_i$ と表現します。同様に $\left. \frac{\Delta f_i}{\Delta K_i} \right|_{L_i=\text{一定}}$ は資本の限界生産力

を示していますので、 $\left. \frac{\Delta f_i}{\Delta K_i} \right|_{L_i=\text{一定}} \equiv MPK_i$ と表すことにします³⁾。すると、(3) と (4) は

それぞれ、 $p_i \times MPL_i = w$ および $p_i \times MPK_i = r$ と書き換えられます。(3) は資本の量を一定にして、労働の投入量を微小な 1 単位増加させたときの収入の増加分である限界価値生産物 ($p_i \times MPL_i$) (これは労働の限界生産物に p_i をかけたものですから、労働 1 単位の投入を増加させたときの生産物価値額の増加分＝収入の増加分をしめしています) が賃金率 (w) に等しくなる点で、最適な労働の雇用量が決まることを示し、同様に (4) は、所与の労働量に対して、資本の投入量を微小な 1 単位増加させたときの収入の増加分である資本の限界価値生産物 ($p_i \times MPK_i$)、が資本レンタル (r) に等しくなる点に資本の最適雇用量が決まることを示しています。

各財の産出量の変化分は、労働あるいは資本の投入量の変化分にそれらの限界生産物を乗じたものの和になりますから、(2) を変化分の形にすると、

$$\Delta X_i = MPL_i \times \Delta L_i + MPK_i \times \Delta K_i \quad (5)$$

両辺に p_i をかけると、

¹⁾ 所与の p_i , w , r の下で、利潤 (π_i) は L_i と K_i の関数になりますが、資本量を一定としたときの、 L_i の関数としての π_i のグラフはスムーズな山形 (∩) となり、 π_i が最大となる最適な労働の雇用量では、 L_i に関する π_i のグラフの接線の傾きがゼロとなっていることを示しています。(4) は、所与の労働量の下で最適な資本の雇用量では、 π_i の K_i に関する接線の傾きがゼロとなっていることを示しています。

²⁾ 経済学では一般的に、限界生産力、限界生産物、限界生産性という用語は、同義語として扱われています。

³⁾ $\left. \frac{\Delta f_i}{\Delta L_i} \right|_{K_i=\text{一定}}$ や $\left. \frac{\Delta f_i}{\Delta K_i} \right|_{L_i=\text{一定}}$ の表現は、数学の表現では、それぞれ $f_i(L_i, K_i)$ の L_i と K_i に関する

偏微分係数である、 $\frac{\partial f_i}{\partial L_i}$ や $\frac{\partial f_i}{\partial K_i}$ に対応しています。

$$p_i \Delta X_i = p_i MPL_i \times \Delta L_i + p_i MPK_i \times \Delta K_i \quad (5)'$$

となります。(3) と (4) の $p_i MPL_i = w$ および $p_i MPK_i = r$ の関係を (5)' の右辺に用いて変形すると、(5)' は、次の 2 式に書き換えられます。

$$p_1 \Delta X_1 = w \Delta L_1 + r \Delta K_1 \quad \text{および} \quad p_2 \Delta X_2 = w \Delta L_2 + r \Delta K_2 \quad (6)$$

労働と資本は完全雇用されていますので、それぞれの完全雇用条件

$$L_1 + L_2 = \bar{L}, \quad K_1 + K_2 = \bar{K} \quad (7)$$

が満たされています。各生産要素の賦存量は一定で変化しないので、各産業の雇用量の変化分は、次の関係を満たさなければなりません。

$$\Delta L_1 + \Delta L_2 = 0 \quad \Delta K_1 + \Delta K_2 = 0 \quad (8)$$

したがって、 $\Delta L_2 = -\Delta L_1$ および $\Delta K_2 = -\Delta K_1$ を得て、(6) の第 2 式に代入すると、 $p_2 \Delta X_2 = -(w \Delta L_1 + r \Delta K_1)$ となります。この関係を用いると、(6) 式の 2 つの式より、

$$\frac{p_1}{p_2} = -\frac{\Delta X_2}{\Delta X_1} \equiv \text{生産可能性フロンティアの限界変形率} \quad (9)$$

を得ます。上式の左辺は財価格比率を示し、右辺は生産可能性フロンティアの接線の傾きの大きさ、すなわち**生産可能性フロンティアの限界変形率**を表しています⁴⁾。この条件は、所与の価格比率の下で、すべての市場が完全競争市場であり、企業が利潤最大化行動をとっていると、両生産要素を完全雇用して決まる**最適生産点は、生産可能性フロンティアと価格線の接点で決まる**ことを示しています。そして、この点の産出量の組合せでは、所与の価格比率の下で、常に国民所得が最大化されていることは、本章の補論ですでにみたしておりです。

⁴⁾ 生産可能性フロンティアは右下がりですので、 $\Delta X_2 / \Delta X_1 < 0$ となります。生産可能性フロンティアの限界変形率は、両生産要素が完全雇用された状態で財 1 の産出量を 1 単位増加させるためには、何単位の財 2 を減少させなければならないかを示しています。