

頁	場所	誤	正
42	下から 5 行目	$\sin(-\theta) = \sin \theta$	$\sin(-\theta) = -\sin \theta$
61	下から 2 行目	$ x = R$	$ x - a = R$
69	(2.12) 式 1 行目	$(-1)^n \frac{1}{n} x^n$	$(-1)^{n-1} \frac{1}{n} x^n$
73	4(6)	$\sum_{n=0}^{\infty}$	$\sum_{n=1}^{\infty}$
87	例題 3.2 【解答】 (1)	$\frac{0}{0}$ の不定形	$\frac{\infty}{\infty}$ の不定形
98	下から 1 行目	$\int$	$\int$
140	12 行目	前節の	5.3 節の
161	下から 4 行目	$f_2(x, y) = x^2 - y^3$	$f_3(x, y) = x^2 - y^3$
161	下から 1 行目	*1	*1
162	例題 5.11 および解答	*2	*2
192	6 行目	$\int_D$	$\iint_D$
192	6 行目	$\int_I$	$\iint_I$
198	4 行目	$\int_x^{\frac{\pi}{2}}$	$\int_y^{\frac{\pi}{2}}$

*1 次の文を追加:

定理 5.25 の発展として, 次の考察が役に立つことがある.

*2 例題 5.11 および解答を, 次ページのように訂正します.

関数 $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ が点 $\mathbf{a} = (a, b) \in D$ の近傍で次をみたすとする. (各 c_j は実定数)

$$f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{a}) + \sum_{j=0}^N c_j (x-a)^{N-j} (y-b)^j + O(|\mathbf{x}-\mathbf{a}|^{N+1}) \quad (\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{a})$$

右辺第二項を $f_N(\mathbf{x})$ とおけば, $f_N(a+r\cos\theta, b+r\sin\theta) = r^N \varphi(\theta)$ と表される. 連続な周期関数 $\varphi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ の最大値を M , 最小値を m とするとき, 次が成り立つ.

- (1) $m > 0$ ならば f は点 $\mathbf{a}$ において極小.
- (2) $M < 0$ ならば f は点 $\mathbf{a}$ において極大.
- (3) $m < 0 < M$ ならば f は点 $\mathbf{a}$ においては極値をとらない.

(1) の場合の証明を与えておこう. 定数 $R > 0, K > 0$ を

$$|f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{a}) - f_N(\mathbf{x})| \leq K|\mathbf{x}-\mathbf{a}|^{N+1} \quad (0 < |\mathbf{x}-\mathbf{a}| < R)$$

が成り立つようにとる. $m > 0$ より, $0 < |\mathbf{x}-\mathbf{a}| < R$ かつ $|\mathbf{x}-\mathbf{a}| < \frac{m}{K}$ のとき

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{a}) &\geq f_N(\mathbf{x}) - |f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{a}) - f_N(\mathbf{x})| \\ &\geq m|\mathbf{x}-\mathbf{a}|^N - K|\mathbf{x}-\mathbf{a}|^{N+1} > 0 \end{aligned}$$

よって f は点 $\mathbf{a}$ において極小である. (2), (3) の場合については読者に任せる.
なお N が奇数 (かつ $f_N \neq 0$) であればいつでも (3) が該当する. また, 上の場合分けは全ての場合を尽くしている訳ではないことに注意せよ.

例題 5.11

関数 $f(x, y) = \cosh x + \cosh y + \exp\left(-\frac{1}{2}(x^2 + y^2)\right)$ の原点での挙動を調べよ.

【解答】 原点は停留点であり, ヘッセ行列式 $H(0, 0) = 0$ である (確認せよ).

$$\begin{aligned} f(x, y) &= 3 + f_4(x, y) + O(|\mathbf{x}|^5) \quad (\text{実は } O(|\mathbf{x}|^6)) \\ f_4(x, y) &= \frac{1}{24}(x^4 + y^4) + \frac{1}{8}(x^2 + y^2)^2 \\ f_4(r \cos \theta, r \sin \theta) &= \frac{r^4}{24} \left(4 - \frac{1}{2}(\sin 2\theta)^2\right) \geq \frac{7}{48}r^4 \end{aligned}$$

であるから上の (1) の場合に該当し, f は原点で極小値 3 をとる. ■