「工学のための数値計算」 4章 章末問題 解答例

□ **1** 1 回目：$[a,b]=[0.4,1.4]$ で，$c=0.9$．$f(a)>0$，$f(b)<0$，$f(c)<0$ より，$b\leftarrow c$ として $[0.4,0.9]$．2 回目：$[a,b]=[0.4,0.9]$ で，$c=0.65$．$f(a)>0$，$f(b)<0$，$f(c)>0$ より，$a\leftarrow c$ として $[0.65,0,9]$．二分法のプログラムを本書ホームページからダウンロードし，$f(x)$ および初期値を設定して実行することにより，表 4.2 が確認できる．

□ **2** $f(x)=x^2-2$ とおき，式 (4.6) に代入すると，

$$x^{(n+1)}=x^{(n)}-\frac{\left(x^{(n)}\right)^2-2}{2x^{(n)}}=\frac{x^{(n)}}{2}-\frac{1}{x^{(n)}}$$

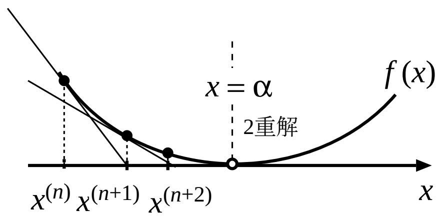
となり，これを $n=0,1,\ldots$ について繰り返せば表 4.1 が得られる．

□ **3** $f(x)=cosx-x^4$ を式 (4.6) に適用すると，ニュートン法の反復式

$$x^{(n+1)}=x^{(n)}-\frac{\cos x^{(n)}-(x^{(n)})^4}{-\sin x^{(n)}-4(x^{(n)})^3}$$

が得られる．これを $n=0,1,\ldots$ について繰り返すか，あるいは本書ホームページからニュートン法のプログラムをダウンロードして関数 $f(x)$ 等を設定して実行することにより，表 4.2 が得られる．

□ **4** $f(x)=x^-2x+1=(x-1)^2$ よりわかるように，$x=1$ は重解になっており，$y=f(x)$ は $x=1$ で x 軸に接する．この場合は，右図に示すように，解 $x=1$ の近傍で $f'(x)\simeq 0$ となり，収束が非常にゆるやかになる．なお，$f(x)=0$ が重解を持つことが予めわかっている場合には，$f'(x)=0$ を解くことにより，重解の問題は解消できる．



□ **5** 式 (4.16)，(4.20) から，

$$k_{11}=\left.\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right|_{(x_1^{(n)},x_2^{(n)})}=4x_1^{(n)},\qquad k_{12}=\left.\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right|_{(x_1^{(n)},x_2^{(n)})}=2x_1^{(n)}$$
$$k_{21}=\left.\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right|_{(x_1^{(n)},x_2^{(n)})}=3/\sqrt{2x_1},\qquad k_{22}=\left.\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right|_{(x_1^{(n)},x_2^{(n)})}=-2$$

が得られる．これらを式 (4.21) に代入すると，求めるべき連立一次方程式は，

$$\left\{\begin{array}{lcl}(4x_1^{(n)})\,x_1^{(n+1)}+(2x_1^{(n)})\,x_2^{(n+1)} & = & (4x_1^{(n)})\,x_1^{(n)}+(2x_1^{(n)})\,x_2^{(n)}-f_1\big(x_1^{(n)},x_2^{(n)}\big)\\ (3/\sqrt{2x_1})\,x_1^{(n+1)}+(-2)\,x_2^{(n+1)} & = & (3/\sqrt{2x_1})\,x_1^{(n)}+(-2)\,x_2^{(n)}-f_2\big(x_1^{(n)},x_2^{(n)}\big)\end{array}\right.$$

となる．

□ **6** 式 (4.25) を

$$10^{-10}\times\frac{I_B}{I_s}=10^{-10}\,(e^{\lambda V_{BE}}-1)$$

と変形し，式 (4.28) を代入すると，

$$x_2 = 10^{-10}\left(e^{x_1} - 1\right)$$

となり，式 (4.29) の第 1 式が得られる．同様に，式 (4.27) の両辺を λ 倍し，$x_1 = \lambda V_{BE}$，$I_B = I_s x_2 / 10^{-10}$ を代入すると，

$$x_1 + \lambda(R_B + R_C(1+\beta))\frac{I_s}{10^{-10}}x_2 = \lambda V$$

となる．数値を代入して整理すると，

$$x_1 + 5.80x_2 = 116.1$$

となり，式 (4.29) の第 2 式が得られる．多変数のニュートン法のプログラムをダウンロードし，2 つの関数として式 (4.25)，式 (4.27) を設定して実行することにより，表 4.4 が得られる．

☐ **7** DK 法のプログラムは本書ホームページ参照.

☐ **8** $T = 250$ [K] のとき，$V_B = 0.556$ [V]，$I_B = 0.0163$ [mA]，$V_C = 1.37$ [V]，$I_C = 1.61$ [mA]．$T = 350$ [K] のとき，$V_B = 0.776$ [V]，$I_B = 0.0148$ [mA]，$V_C = 1.52$ [V]，$I_C = 1.47$ [mA].