第８章の解説

■解説 8.1：(8.3) 式の導出

光度の定義より，

$$I = d\Phi / d\Omega$$

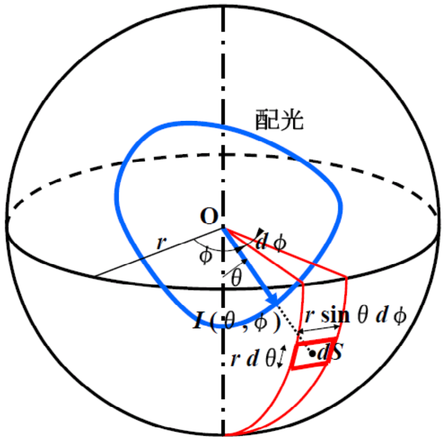
よって，

$$\Phi = \int_{\Omega} I \, d\Omega$$

ここで，付図 8.1 を参考に，

$$d\Omega = dS / r^2$$
$$= (r \sin\theta \, d\phi)(r \, d\theta) / r^2$$
$$= \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

を代入して，(8.3) 式となる。



付図 8.1　配光の積分／松浦邦男：建築照明，共立出版，1971，p.80，図 4.2，より改変

■解説 8.2：点光源による直接照度

現時点では記載事項なし

■解説 8.3：線光源による直接照度

(1) 線光源による直接照度

1) 受照点が光源端を含む平面上にある場合

a) 配光

単位長さ当りの垂直方向の光度を I [cd/m] とすれば，その配光 $I(\phi)$ は次式となる。ただし，

$$I(\phi) = I \cos\phi$$

ϕ：光源に垂直方向を基準にとった角度

b) 直接照度の計算式

図 8.5 に示す長さ l の線状光源の dl 部分による受照点 P における光源に垂直な方向の照度 dE_n は，逆二乗法則により次式となる。

$$dE_n = \frac{I(\phi) \, dl}{r^2} \cos\phi$$
$$= \frac{I \cos\phi \, dl}{r^2} \cos\phi$$

この式に，

$$dl \cos\phi = r \, d\phi$$
$$r \cos\phi = p$$

の関係を代入することにより次式となる。

$$dE_n = \frac{I \cos\phi \, d\phi}{r} = \frac{I \cos^2\phi \, d\phi}{p}$$

したがって，長さ l による法線照度 E_n は，(8.10) 式となる。

$$E_n = \int_0^{\alpha} \frac{I}{p} \cos^2\phi \, d\phi$$

$$= \frac{I}{2p} (\sin\alpha \cos\alpha + \alpha)$$

$$= \frac{I}{2} \left(\frac{l}{p^2 + l^2} + \frac{1}{p} \tan^{-1} \frac{l}{p} \right) \tag{8.10}$$

水平面照度 E_h，鉛直面照度 E_v は以下のようになる。

$E_h = E_n \cos \beta$

$E_v = E_n \sin \beta$

また，光源に平行な方向の照度 E_{vy} については，

$$dE_{vy} = \frac{I \cos \phi \ d\,l}{r^2} \cos (2/\pi - \phi)$$

となり，同様な計算により（8.11）式が導かれる。

$$E_{vy} = \frac{I}{2\,p} \sin 2\alpha$$

$$= \frac{I}{2} \cdot \frac{l^2}{p\,(p^2 + l^2)} \tag{8.11}$$

2）受照点が光源端を含む平面上にない場合

受照点が光源端を含む平面上にある場合に当てはまるように光源を分割し，それぞれの照度の和または差をとる。

（2）帯状光源による直接照度

1）受照点が光源端を含む平面上にある場合

a）配光

付図 8.2 において，単位長さ当りの法線方向の光度を I［cd/㎡］とすれば，その配光は次式となる。

$I(\theta) = I \cos \theta$

θ：光源の法線方向を基準とした角度

b）直接照度の計算式

帯状光源の場合，受照点 P への単位長さ当りの光度は，$I \cos \theta$ となる。（線光源の場合，$I \cos \phi$）

$h = r \cos \theta = p \cos \beta$

$p = r \cos \phi$

より，

$\cos \theta = \cos \phi \cos \beta$

$I \cos \theta = (I \cos \phi) \cos \beta$

と変形できる。ここで $\cos \beta$ は定数になるので，法線照度 E_n，光源に平行な方向の照度 E_{vy} は，それぞれ線光源における（8.10）式，（8.11）式を $\cos \beta = h/p$ 倍すればよい。

■解説 8.4：（8.12）式の導出

図 8.6 に示す，輝度 L［cd/㎡］の面光源 S による面 T 上の受照点 P の直接照度を求める。S 上の点 Q にそれを含む微小面積 dS を考え，その QP 方向の面光度を $dI(\theta)$［cd］とすれば，これによる受照点 P の照度 dE_d は逆二乗法則により次式となる。

$$dE_d = \frac{dI(\theta)}{r^2} \cos i$$

点 Q の QP 方向の輝度を $L(\theta)$［cd/㎡］とすれば，輝度の定義より，

$dI(\theta) = L(\theta) \cos \theta \ dS$

よって，

$$dE_d = \frac{L(\theta) \cos \theta \cos i}{r^2} dS$$

となり，積分することで（8.12）式が成立する。

$$E_d = \int_S \frac{L(\theta) \cos \theta \cos i}{r^2} dS \tag{8.12}$$

さらに，点 P を頂点とし dS を含む微小立体角 $d\Omega$ は，

$d\Omega = (dS \cos \theta) / r^2$

となり，この関係を代入することにより次式となる。

$$E_d = \int_\Omega L(\theta) \cos i \, d\Omega$$

■解説 8.5：（8.14）式の導出

図 8.6 に示すように，P 点を中心とし面 T を底面とする単位球をつくり，P を頂点とし光源 S を底とする錐体によって切り取られる部分を S' とする。さ

らに S' を底面に垂直投影したものを S'' とする。

Ｐを頂点とする微小立体角が等しいことより，

$$\frac{dS'}{1^2}=\frac{dS\cos\theta}{r^2}$$

この式に，

$$dS' = dS'' \,/\, \cos i$$

を代入すると，

$$dS'' = \frac{dS\cos\theta\cos i}{r^2}$$

光源の全面積 S について積分して，

$$S'' = \int_S \frac{\cos\theta\cos i}{r^2}\,dS$$

両辺を π で割ると，

$$\frac{S''}{\pi} = \int_S \frac{\cos\theta\cos i}{\pi r^2}\,dS$$

となり，π は底円の面積なので，これは立体角投射率 C に等しい。よって，

$$C = \frac{S''}{\pi} = \int_S \frac{\cos\theta\cos i}{\pi r^2}\,dS \qquad (8.14)$$

となる。

■解説 8.6：境界積分の法則

付図 8.2 において，解説 8.4 と同様に，受照点 P を中心とし受照面 T を底面とする単位球をつくり，点 P を頂点とし均一輝度 L[cd/㎡]を有する面光源 S を底とする錐体によって切り取られる部分を S'とする。さらに S'を底面に垂直投影したものを S''とする。また S の境界線上の微小部分を dl，S'の境界線上の微小部分を $d\,l'$，S''の境界線上の微小部分を $d\,l''$とする。

⊿P-$d\,l'$を dA'，⊿P-$d\,l''$を dA'' とし，⊿P-$d\,l'$ と受照面 T のなす角を δ とすると，

$$dl' = d\beta$$

$$dA'=\frac{dl'}{2}=\frac{d\beta}{2}$$

$$dA''=dA'\cos\delta=\frac{d\beta}{2}\cos\delta$$

となる。閉曲線の線積分を用いると，S' は，

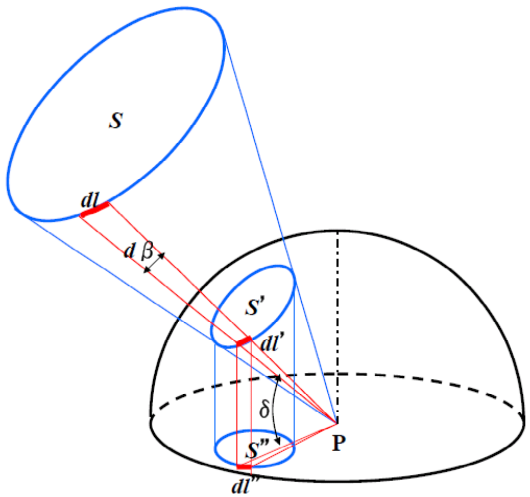
$$S''=\oint_{dl''} dA''=\oint_{dl''}\frac{d\beta}{2}\cos\delta$$

となる。これより，立体角投射率 C，および受照点の照度 E［lx］は，

$$E=\pi LC=\frac{L}{2}\oint d\beta\cos\delta$$

$$C=\frac{S''}{\pi}=\frac{1}{2\pi}\oint d\beta\cos\delta$$

となり，境界積分の法則の一般式が導ける。これらを多角形に展開すると 8.16 式，（8.17）式となる。



付図 8.2　境界積分の法則／大山松次郎著・小原清成編：新しい照明ノート，オーム社，1996，p.133，図 13.7，より改変

■解説 8.7：室内面平均値の式

第 1 回から無限回まで反射される光束の和 Φ_r は，

初項：第 1 回反射光束＝ $\Phi_d \ \rho_m$

公比： ρ_m

の無限等比級数の和に等しい。

$$\Phi_r = \Phi_d \ \rho_m / (1 - \rho_m)$$

間接照度 E_r の式，

$$E_r = \Phi_r / S$$

に代入して，

$$E_r = \frac{\Phi_d \ \rho_m}{S(1 - \rho_m)} \tag{8.24}$$

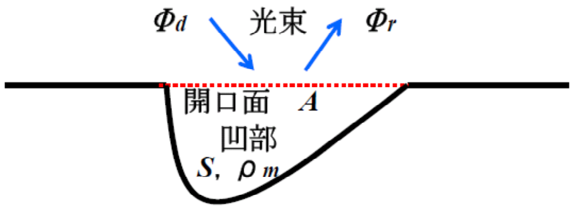
■解説 8.8：視作業面切断の式

2) 凹部開口面の等価反射率

一般の凹部開口面（付図 8.3）の等価反射率 ρ_e を，凹部開口面から出る光束 Φ_r と入射する光束 Φ_d の比とする。

$$\rho_e = \Phi_r / \Phi_d$$

付図 8.3　凹部開口面



凹部開口面内側の間接照度を E_{ra} とすると，凹部内表面の全照度と凹部内表面の平均反射率 ρ_m の積に等しい。よって，

$$E_{ra} = \rho_m (E_{ds} + E_{rs})$$
$$= \rho_m \{(\Phi_d / S) + E_{rs}\}$$

また凹部開口面から入り凹部内表面で最初に反射した光束 $\Phi_d \ \rho_m$ は，凹部開口面内側の間接照度 E_{ra} と凹部内表面の間接照度 E_{rs} をつくり，最終的にその面で吸収される光束と等しくなる。凹部開口面，凹部内表面の吸収率はそれぞれ 1，$1 - \rho_m$ なので，

$$\Phi_d \ \rho_m = A \ E_{ra} \cdot 1 + S \ E_{rs} (1 - \rho_m)$$

一方，凹部開口面から出る光束 Φ_r は，凹部開口面内側の間接照度 E_{ra} と凹部開口面の面積 A の積になるので，

$$\Phi_r = A \ E_{ra}$$

以上よりまとめて，凹部開口面の等価反射率 ρ_e は，

$$\rho_e = \Phi_r / \Phi_d$$
$$= \frac{A \ \rho_m}{S - (S - A) \ \rho_m} \tag{付 8.1}$$

S：凹部内表面の面積［㎡］

A：凹部開口面の面積［㎡］

ρ_m：凹部内表面の平均反射率

ρ_e：凹部開口面の等価反射率

Φ_d：凹部開口面への入射光束［lm］

Φ_r：凹部開口面から出る光束［lm］

E_{da}，E_{ds}：凹部開口面内側，凹部内表面の直接照度［lx］

E_{ra}，E_{rs}：凹部開口面内側，凹部内表面の間接照度［lx］

2) 視作業面切断の式

図 8.9 の切断面（視作業面）の下部および上部の空間を 1) の凹部，切断面を凹部開口面と考えると，（付 8.1）式より，下部凹部の開口面（Ⅰ面），上部凹部の開口面（Ⅱ面）の等価反射率は，それぞれ（8.26）式，（8.27）式で示される。照明計算の上では，この等価反射率という手続きを通じて，下部および上部の空間をそれぞれの凹部の開口面と置き換えることができる。

一方，下部凹部の開口面（Ⅰ面）と上部凹部の開口面（Ⅱ面）を極めて近接した平行面同士とみなすと，Ⅰ面上の間接照度 E_{r1} は，Ⅱ面上の全照度とⅡ面の反射率 ρ_2 の積に等しく，Ⅱ面上の間接照度 E_{r2} は，Ⅰ面上の全照度とⅠ面の反射率 ρ_1 の積に等しいとみなせる。すなわち，

$$E_{r1} = \rho_2 (E_{d2} + E_{r2})$$
$$E_{r2} = \rho_1 (E_{d1} + E_{r1})$$

両式より，下部凹部の開口面（Ⅰ面）の間接照度 E_{r1} は次式となる。

$$E_{r1} = \frac{(E_{d1}\ \rho_1 + E_{d2})\ \ \rho_2}{1 - \rho_1\ \rho_2}$$

E_{d1}，E_{d2}：Ⅰ，Ⅱ面上の直接照度[lx]

E_{r1}，E_{r2}：Ⅰ，Ⅱ面上の間接照度[lx]

ρ_1，ρ_2：Ⅰ，Ⅱ面の反射率

上式の E_{r1} は求めたい間接照度 E_r となるので，これに，

$$E_{d1} = \Phi_1 / A$$

$$E_{d2} = \Phi_2 / A$$

の関係を代入し，(8.25) 式が導かれる。

■解説 8.9：(8.35) 式の導出

天空全体が均一と見なせない場合でも，天空を均一と見なせる部分に分け，均一輝度の面光源が複数あると考えると，(8.33) 式より，全天空照度 E_s[lx]は，次式となる。

$$E_s = \pi \sum_n (L_{sn}\ C_{sn})$$

L_{sn}：天空の各部分の輝度[cd/㎡]

C_{sn}：天空の各部分の立体角投射率

平均天空輝度 L_{sm}[cd/㎡]を，

$$L_{sm} = \sum (L_{sn}\ C_{sn})$$

と定義すると，

$$E_s = \pi\ L_{sm}$$

よって直接昼光率 D_d は次式となり，(8.35) 式の天空輝度 L_s が平均天空輝度 L_{sm} に置換した式になっている。

$$D_d = \frac{E_d}{E_s} = \frac{\pi \sum (L_n\ C_n)}{\pi\ L_{sm}} = \sum_{n=1}^{N} \left(\frac{L_n}{L_{sm}}\right)\ C_n$$

L_n：各部分の輝度[cd/㎡]

C_n：各部分の立体角投射率

N：均一と見なせる部分の数

■解説 8.10：(8.36) 式の導出

各部分の輝度 L_n は窓材料を通した輝度となる。窓材料の透過による輝度低下を考慮し，窓材料を通さない場合の均一と見なせる各部分の輝度を L_{on}[cd/㎡]とすると，各部分の輝度 L_n は次式となる。

$$L_n = \tau\ m\ L_{on}$$

τ：窓材料の透過率

m：窓材料の汚染を考慮した保守率

各部分の立体角投射率 C_n は，建具，組子，壁厚により最終的な見かけの立体角投射率は減少する。この減少分を考慮し，窓材料がない単純開口部を通した各部分の立体角投射率を C_{wn} とすると，各部分の立体角投射率 C_n は次式となる。

$$C_n = R\ C_{wn}$$

R：窓面積有効率

(8.35)式に代入し，窓材料が透明の場合の直接昼光率 D_d は次式となり，(8.36)式が導かれる。

$$D_d = \tau\ m\ R \sum_n \left(\frac{L_{on}}{L_s}\right)\ C_{wn} \qquad (8.36)$$

窓面積有効率の計算を分けて行う場合には，次式による。

$$R = R_1\ R_2$$

R_1：開口部のサッシの種類による有効率（アルミニウム合金製 0.9，スチール製 0.85，木製 0.8）

R_2：壁厚による有効率（図 X）

対向壁面の輝度については，対向壁面が均等拡散反射だと仮定すると，(8.36)式の輝度比の項は，鉛直面昼光率という概念を導入し，次のようになる。

$$\frac{L_{on}}{L_s} = \rho_n\ D_{vn} \qquad (付\ 8.1)$$

ρ_n：対向壁面の反射率

D_{vn}：対向壁面の鉛直面昼光率

なお鉛直面昼光率は，ある点の鉛直面照度と全天空照度の比と定義する。すなわち，対向壁面の鉛直面照度 D_{vn}[lx]は，対向壁面の鉛直面照度 E_{vn}[lx]，全天空照度 E_s[lx]として，

$$D_{vn} = E_{vn} / E_s$$

となる。

（付 8.1）式が成り立つ理由としては，（3.27）式より，

$$L_{on} = (\rho_n / \pi) E_{vn}$$

が成り立つ。また（8.34）式より，

$$L_s = E_s / \pi$$

よって，

$$L_{on} / L_s = \rho_n (E_{vn} / E_s) = \rho_n D_{vn}$$

対向壁面の鉛直面昼光率 D_{vn} は，周辺建物等や地物の反射の影響が小さい場合，天空の約半分からの効果を見込めるので，概算で 0.5 とできる。よって，近似的に，

$$L_{on} / L_s \fallingdotseq \rho_n \times 0.5 = \rho_n / 2 \qquad (8.37)$$

となる。また，さらなる簡便法としては，対向壁面反射率 ρ_n を 0.2 として，

$$L_{on} / L_s \fallingdotseq 0.1$$

とする場合もある。

■解説 8.11：(8.39)式,（8.40）式の導出

窓面照度を E_w[lx]とし，窓材料が拡散で窓面を均等拡散透過面と仮定すると，均等拡散面における輝度と照度の関係（3.27）式から，窓面輝度 L_w[cd/㎡]は，次式となる。

$$L_w = \frac{\tau_m m}{\pi} E_w$$

一方，天空光による窓面照度 E_w[lx]は，全天空照度 E_s[lx]，窓面昼光率 D_w として，次式となる。

$$E_w = E_s D_w$$

よって，(8.38)式が導かれる。

$$L_w = \frac{\tau_m m}{\pi} E_s D_w \qquad (8.38)$$

開口部面の輝度 L[cd/㎡]は均一になると考えると，（8.35）式で $N = 1$ となり，また窓材料の透過による輝度低下を考慮し，窓面の輝度比の項は，次式となる。

$$\frac{L_n}{L_s} = \tau_m m D_w$$

τ_m：窓材料の拡散入射透過率

m：窓材料の汚染を考慮した保守率

D_w：開口部の外側面あるいは窓装置の外側面における窓面昼光率

建具，組子，壁厚により最終的な見かけの立体角投射率の減少分を考慮し，開口部面による立体角投射率を C_w とすると，（8.35）式の C_n は，

$$C_n = R C_w$$

R：建具，組子，壁厚のけられを考慮した開口部面積有効率

以上の関係を（8.35）式に代入し，窓材料が拡散の場合の直接昼光率 D_d の（8.39）式が導かれる。

$$D_d = \tau_m m R D_w C_w \qquad (8.39)$$

開口部面外側の窓面昼光率 D_w は，次式のようになる。

$$D_w = D_{w1} + D_{w2}$$

D_{w1}：開口部上半部分による窓面昼光率

D_{w2}：開口部下半部分による窓面昼光率

対向建物の仰角 θ，窓に平行で無限長の対向壁面がある場合，輝度は均一と仮定し，建物・地面の輝度を L_o[cd/㎡]，天空輝度を L_s[cd/㎡]として，D_{w1}，D_{w2} は，略算で次式になる。

$$D_{w1} = \frac{1 - \{1 - (L_o / L_s) \sin\theta\}}{2}$$

$$D_{w2} = \frac{(L_o / L_s)}{2}$$

建物・地面の輝度と天空輝度の比については，近似的に次のようになる。

$$\frac{L_o}{L_s} \fallingdotseq \frac{\rho_{om}}{2}$$

ρ_{om} ：建物や地面の平均反射率（概算では 0.2 とする）