March 2003 SCIENCES Number 477

特集/量子力学とカオス

量子力学における線形性と非線形性

量子ダイナミクスのフレーム

中村勝弘

1. はじめに

現代物理学のキーワードであるソリトン(孤立波の安定な伝播),カオス(初期値に敏感な時空パターン),フラクタル(自己相似な時系列)などの非線形ダイナミクスは,マクロな古典論の世界で現れ,ニュートンの法則(一般的には,古典場に対する非線形波動方程式)により記述される.例えば,図1はソリトンの興味深い描像である.

ところで, ミクロな量子論の世界では, 非線形 ダイナミクスは生じないとされている¹⁾. 実際, ミクロな量子論の世界の基礎方程式であるシュレー

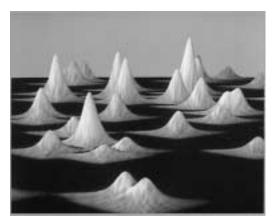


図 1 ソリトン集団の概念図(数理科学 1995 年 9 月号の表紙より).

ディンガー方程式を適用して量子ダイナミクスを 考察してみよう、すると、電子の波束は、位相速 度が波数により異なる(つまり,分散性の)ために 孤立波になりえずあっという間に崩壊する.波動 関数の初期パターンは初期値に敏感な時空パター ンになりえず,周期的あるいは擬似周期的時間発 展を示すだけである、適切な表示(コヒーレント 表示,伏見表示など)を採用してやると,プラン ク定数で決まる短い crossover time (t_c) までは, 電子の波束のダイナミクスは,確かに古典カオス の振舞いを模倣することができる.しかし,時刻 t_c 以降はやはり周期的あるいは擬似周期的時間発 展を示すだけである.定常状態(エネルギー・ス ペクトル,波動関数)の解析にすばらしい成功を おさめている量子力学も, 古典カオスを示す系の 量子ダイナミクスに関しては,まことに trivial な 結果しかもたらさない、これらのがっかりさせる 結論はシュレーディンガー方程式の線形性により 引き起こされる2).ミクロな量子論の世界には本 当に,ソリトン,カオス,フラクタルなどの非線 形のダイナミクスは期待できないのだろうか?

最近「量子カオス」という研究分野が展開し、ノーベル・シンポジウムまで開催されるようになってきた.しかし、量子カオスの研究は、現在までのところ、古典力学で扱うとカオスを示す系を量子化するとどのような興味深いことが得られるのかと