March 2004 SCIENCES Number 489

特集 / 統計科学の最前線

## 統計科学の新展開

## 甘利 俊一

統計学は古くから発展した伝統的な科学の一つである.しかし,近年コンピュータが発達し,大規模な計算ができるようになった結果,従来の枠を破る手法が次々と現れた.さらに,人工知能,脳,遺伝子,金融,心理など多くの分野への応用が広がり,新しい統計科学として情報分野の基本的な方法論の一つとなり,新しい発展を遂げつつある.

## 1. 統計学から統計科学へ

統計学は歴史の古い学問である.部族や国家など,社会組織が整備されるにつれ,人口,収穫量,税,貿易額などのデータが集められ,これを集計する国勢学が生まれる.ただデータを収集するだけでなくて,その代表値や分布の広がりなど,統計値が必要になってくる.こうして統計学が誕生した.

こうした記述統計学を一変させたのは、R.A. Fisher である. Fisher は、データの背後にそれを生成するメカニズムとしての確率分布があり、測定されたデータはその確率分布からの標本であると考えた. こうすると、データをただまとめるのではなくて、データからその背後に隠れた確率分布すなわちデータを生成するメカニズムについての推論を行う、という姿勢が明確にできる. こ

れは確率論に基礎を置く,推論の科学である.

統計学では、データを発生する確率分布に対して、未知のパラメータを含む分布の族を想定する.このどれかからデータが生成されたものとして、データからそのパラメータの値を推定すれば、分布が推定できる.このとき、どのような推定量が良いのであろうか.また、分布の推定はどの程度まで良くできるのであろうか.

Fisher はデータを発生する確率をパラメータの関数と考えた確率尤度に着目し、これを最大にする最尤推定が一番良いと信じた。たしかに、データ数の多い漸近理論にあっては、これは最良のものの一つである。また、推定に関連してデータが持っている情報量を考察することができる。これはFisher 情報量(多次元の場合は情報行列)である。Cramer-Raoの定理が、情報量を用いて推定の良さの限界を明らかにする。このほか、それ自体では情報を持たない補助統計量の役割、条件付推論など、古典推定理論の枠組みが完成していく。

もう一つの重要な枠組みは検定である.データを発生する分布に対してある仮説  $H_0$  を置き,これが受容できるか,それとも棄却されるべきかを確率に基づいて決めるのである.このために,対立仮説  $H_1$  を置く.しかし,検定は  $H_0$  か  $H_1$  かを決めるのではない. $H_0$  が受容できるか,棄却されるべきかを決めるのであって,両仮説は対称に扱