MATHEMATICAL
SCIENCES
July 2006 Number 517

特集／重力は語る

逆二乗法則の魅力

序文にかえて

窪田 高弘

1. はじめに

「重力は語る」と題する特集号の冒頭の文章を書くことを依頼され，たいへん光栄に感じると同時に，少々肩の荷が重い気もしている．編集部の筆者に対するご希望は，ニュートンやアインシュタインの重力理論を総括し，現代の素粒子論，宇宙論，天文学の現状をまとめたこの特集の俯瞰図を描くことなのだろう．しかしそのような大任は，筆者のような浅学の輩には到底望むべくもない．そこでこの特集全体を概観するという（筆者にとって無謀な）試みはあっさりと放棄し，物理法則の中で最も有名な「万有引力の法則」の，あまり良く知られていない（あるいはほとんど忘れ去られてしまった）幾何学的側面について述べ，責をふさぐことにした．

2. 順問題と逆問題

万有引力の法則とは，質量が m と M の2つの質点が距離 r だけ離れているとき，2つの質点の間には

$$\frac{GMm}{r^2}$$

という大きさの引力が働くというものである．ここで G は重力定数，あるいは万有引力定数と呼ばれる．通常の力学の教科書では，この万有引力の法則を仮定して，惑星に関するケプラーの3つの法則を解析的方法で導出するという筋書きのものが多い．ここでケプラーの3つの法則とは以下のものである．

ケプラーの第一法則：惑星の軌道は，太陽の位置をその焦点とする楕円形である．

ケプラーの第二法則：惑星の面積速度は一定である．

ケプラーの第三法則：惑星の長半径の3乗は公転周期の2乗に比例する．

しかしニュートンが『プリンキピア』[1]の中で実際に記述した筋書きは，通常の教科書とは逆の命題の証明であり，次の問題に答えるものであった．

問題1：ケプラーの3つの法則を仮定して，万有引力の法則を幾何学的に導出せよ．

ニュートンはライプニッツとともに微分積分学の創始者であるにも関わらず，解析的方法を採用せずに「幾何学的」に論じているのは興味深い．その興味深い内容をまず説明し，次にそれに触発されたファインマンの考察，ならびにファインマンの議論の発展を以下に述べる．問題1に対するニュー