

特集／現代物理のための数学キーワード

知っておきたい数学のことは

加藤 晃史

1. はじめに

本誌編集部の方とお会いした際、「ホモロジーや圏論といった物理学者にあまり浸透していない言葉をまとめた特集があるとよいのでは」というようなことをうっかり口にしたのがすべての始まりだった。

いつの間にか企画が進展し、「ご相談」の内容も予想外に増えてゆく。とはいえ自分が気になっている数学のキーワードについて、専門家の方々が次々に書き下ろしてくれるという、まるで御前講義を聴くような貴重な体験ができた。それぞれの解説記事を通じて、このワクワクする感じを皆さんも共有して頂ければ幸いである。

2. キーワードたちのプロフィール

今回の特集で取り上げられている数学のキーワードは、現代物理学で重要な役割を果たしているにも関わらず、伝統的な「物理数学」の講義ではほとんど取り上げられないものばかりである。ただし、キーワードの選択に客観的な基準は無く、私自身の個人的な興味を反映してかなり偏っていることを予めお断りしておかなければならない。

圏や関手は、知りたい対象についてその内部構造には直接踏み込まず、相互関係や機能に注目し

てものごとを記述しようとする方法論である。ミクロなものを対象とし、内部構造でなく相互作用に注目せざるを得ない素粒子論から見れば極めて自然な発想だが、物理学に圏論的方法論が持ち込まれたのは、Witten による位相的場の理論に刺激を受けて Segal や Atiyah が共形場理論や位相的場の理論に関手として公理化したのが最初だろう。ミラー対称性も、Kontsevich によって導来圏の同値性の予想として定式化されることで、その後の飛躍的な発展を見た。今日、導来圏の object は D-brane と同一視されているが、Kontsevich による定式化が Polchinski による D-brane の発見に先行する点も見逃ごせない。小林氏は、ややもすると無味乾燥になりがちな圏と関手について、初心者にも親しみやすい解説を寄せて頂いた。

層は、粗っぽく言えば定義域の決まっていない関数たちを扱う枠組みで、ある意味で物理学における「場」とよく似ている。場は、変換性などの局所的な性質で特徴づけられ観測は局所的に行われ、宇宙の果てまで場が定義されている必要は無い。しかし、空洞に閉じこめたりすると、スペクトル準位に空洞の形状が反映するなど、完全に局所的な集合論的な関数概念とは一線を画している。橋本氏は「現代数学における図形」という観点から、その勘所を押さえつつ我々を層の世界へ誘ってくれる。

ホモロジーは、図形の複雑さを代数的な不変量に変換して計る枠組みである。弦理論では、素励