

特集／トポロジカルな弦の世界

トポロジカルな弦理論の 20 年

菅野 浩明

1. はじめに

インターネットで検索してみるとトポロジカルな弦理論 (topological string) という言葉が使われ始めたのは 1990 年頃です¹⁾。1988 年からフィールズ賞を受賞する 1990 年前後にかけてウィッテンは位相的場の理論の考え方を提唱し、一連の論文を発表しています。弦理論の最終的な定式化がどのようなものになるのかは全くわかりませんが、現時点で摂動論的定式化として採られている方法は弦が時空内を運動して描く軌跡のなす 2 次元世界面上の場の量子論の“集合体”として弦理論をとらえるものです。この定式化に沿って、2 次元重力理論 (数学的にはリーマン面のモジュライ空間の理論) と共形場理論に対して位相的場の理論の考え方を適用することにより位相的弦理論が構成されました。一方、キャンデラスらのグループによる有名なミラー対称性の計算がなされた²⁾のもちょうどその頃です。ミラー対称性に関する解説は細野氏、植田氏の記事に譲りますが、位相的弦理論にも平行して A 模型と B 模型の 2 種類が存在します³⁾。90 年代前半はミラー対称性や可積分系との関連が位相的弦理論の研究の中心でした。その代表例がウィッテン・コンセヴィッチ理論です (村瀬氏の記事を参照)。位相的弦理論の強みの一

つは、しばしば問題を“完全に解ききる”ことができる点にあります。この意味でキャンデラスらの有名な論文のタイトルが“A pair of Calabi-Yau manifolds as an exactly soluble superconformal field theory”となっているのは極めて象徴的です。

その後 1994 年から 1996 年にかけて起きた超対称ゲージ理論や超弦理論の劇的な進展を経て、双対性や D ブレインを理解するためのおもちゃの弦模型 (toy model) として位相的弦理論はその応用範囲を拡げてきました。それとともに位相的弦理論は数学的にも非常に豊かな内容を含んでいることが次々と明らかにされ、現在ではかなり洗練されたものになっています。今回の特集で扱われている話題の多様さからも窺えるように誕生から 20 年が経過しようとする現在、弦理論が示唆する新しい幾何学の方角を探求する手がかりとして位相的弦理論について概観してみることは一定の意味があるように思います。

2. トポロジカルな場の理論と弦理論

場の量子論や弦理論のもつ力学的情報は分配関数や相関関数と呼ばれる量を計算することにより得られます。一般に場の力学変数を $\phi(x)$ その作用を $S[\phi]$ とすれば、分配関数は経路積分^{*1)}を用