

特集／自然の中の幾何構造

数理学への幾何学によるアプローチ

小谷 元子

デジタル・ネイティブたちが社会の中心となり、デジタル・ワールドが実社会よりもリアリティを持つ時代がついそこまで来ている。人生の大半をアナログで過ごしてきた著者には想像もできない大変革の予感である。このような未踏の世界に乗り出すときこそ、数学の力、特に幾何学の力が必要となる。幾何学 = Geo+metry は、大地を測量する学問として始まり、そのように直接見えないものを見る道具、直接測れないものを測る道具として発展してきた。

古代エジプトやバビロニアの分度器のない時代に「直角」を作る技術としてピタゴラスの定理が知られていた。紀元前3世紀のアレキサンドリアでは地上の移動すらままならない、地球の端がどうなっているのか見当もつかなかったのに、太陽の角度を測り「三角法」を使えば地球の大きさが測れることを認識していた。地球が丸いことは宇宙に出て地球を見下ろせば簡単に分かるが、ガウスは地球を外から眺めることなしに地上の測量だけで丸いことを「証明」するために「曲率」の概念を生み出した。オイラーは大航海時代に必要とされた方向と距離を正確に表す「地図」を作成することが不可能であることを、曲率に注目して「球面の平面における再現について」という論文によって証明した。本特集の太田氏の記事にあるように、三角形の太さが曲率に深く関わるのである。そし

て、現代幾何学の代名詞であるリーマン幾何学が生まれたが、アインシュタインが宇宙を記述したいと考えたときにリーマン幾何学が役にたったことは、大栗氏の記事に解説されている。

この特集の趣旨は、「自然界に現れる様々な対象・現象は視覚的な捉え方をすることで、想像力を刺激し、さらに深い洞察をもたらします。ここに登場する“形”に対して、幾何学の手法を使ってアプローチして、現象の本質に迫っていく研究は多くの分野で行われています。本特集では、各執筆者の先生に、ご専門分野の対象・現象に対して、どのような幾何構造が関わっているのか、それをとらえるためになぜその方法を用いたか、といったことを軸に科学への様々な幾何学的アプローチについて解説していただきます」ということである。

そう、幾何学とは、新しい現象が現れたときに、それを記述する言葉（概念）を用意する学問である。数学は論理的ではあるが、論理だけでは発想はわからない。観測された複雑な現象を上手に表す「幾何学的な記述」を与えることで、その背後にある単純な機構を発見しやすくする。特に、物理とは相性がよく、自然界の現象（形や運動）を決定する最小作用の原理から導き出される方程式の解が持つ自発的な対称性を幾何学は記述してきた。最近では、固体物理や材料科学においてトポロジカル相が注目されていることは野村氏の記事に見