

まえがき

量子力学は、1925年にハイゼンベルクによりその本質の第一歩が切り開かれ、ボルン、ヨルダン、シュレディンガー、ディラック達により、わずか数年の間にほぼ現在の形が建設された。量子力学の建設当初、ハイゼンベルク、ボルン、ヨルダンの行列力学とディラックの演算子形式は微妙に考え方が異なり、またシュレディンガーの波動力学は一見この二つと異質の体系に見えた。これらは変換理論の考え方により、すぐに数学的には同一の体系の異なる表現であることが確認されたが、それぞれの表現に結び付いた物理的なイメージはかなり異なるものであり、確率振幅や干渉のように波のイメージが扱いやすい概念や、力学系の対称性や群構造といった行列の代数と強く結び付いた概念など、概念と手法の有意な結び付きも明らかになった。

言葉を変えて言えば、特定の問題を解いて物理的な情報を導きたいという場合においても、ある方法で簡単に扱える問題が、同じ体系の別表現であるにもかかわらず、他の方法では極めて難問となる場合もあるのである。これは、量子力学が持つ多面的な性格が反映されたものであり、同じ問題を波動方程式、行列力学、経路積分と言った異なる角度から解く経験を積むことにより、より深く量子力学の全貌を知ることができると言える。そこで本書の目的は、幾つかの基本的な問題をあえて異なる手法を基に解析することにより、現代物理学の根底にある量子力学の多面的な理解を図ろうとするものである。このために、一般的な量子力学の教科書では扱われない、やや難解な技法にも踏み込まざるを得なくなったが、これ自体もまた、量子力学の奥行を知る上での役割を果たすものと考えている。同じ趣旨で、本書では相互作用を含む場の量子論までは踏み込んでいないものの、ハイゼンベルク-ディラックの正準量子化の発展形であり、フェルミ場の量子化を登場させて量子論の考え方を深化させた、(自由)場の量子化には触れることになった。

この一方で、量子力学には異なる個性の人知が結集された発展の面白さがあり、これを知ることにより量子力学の多面的な性格に、そこに登場する人間の個性を通して近づくことができる。このような狙いの下で、本書を技術的な解説に終始させないために、量子力学の発展小史に関する一章を設けた。さらに、量子力学と関連する話題で、量子力学の解釈とも技術的な表現とも考えられる、確率過程量子化の手法がある。本書ではこれに関する一章をも設け、本書の内容自体に多面的な性格を持たせて、量子力学を自由な視点で理解する試みの楽しさを付け加えた。勿論、発展小史は読み飛ばしたとしても、それ以降の章で解説される量子力学の本質の理解に支障は来さないが、このような性格を持った本書が量子力学の教科書の中に意味のある一石を投ずることができれば、幸いなことである。

最後に、本書を世に出すに当たり大変お世話になったサイエンス社(「数理科学」編集部)の高橋良太氏と校正の実務を担当して戴いた平勢耕介氏に、心からの感謝を申し述べます。高橋氏には、本書の企画の段階から様々な提案を戴き、その提案を実現する形で本書が出来上がった次第です。

また、平勢氏には前著「シュレーディンガー方程式」の時期から、より良い本を目指す支えとなって戴きました。付け加えれば、本書の完成までの過程で高橋氏と平勢氏から戴いた励ましと適切な助言により、本書の内容を一層充実したものにすることができました。

2017年3月

仲 滋文

目次

第 1 章	量子力学発展小史	1
1.1	量子論の発端—黒体輻射と h の登場	1
1.2	原子模型と前期量子論	4
1.3	分散理論から行列力学へ	7
1.4	ド・ブロイの物質波理論とシュレディンガー方程式	10
1.5	相対論的波動方程式	12
1.6	場の量子論への発展	14
1.7	経路積分と量子力学の拡がり	15
1.8	量子力学と数学の交叉	16
第 2 章	シュレディンガー方程式と量子力学の基本構造	19
2.1	正準量子化と二つの表示	19
2.2	物理量の観測値と固有状態	24
2.3	分散と不確定性関係	27
2.4	シュレディンガー方程式と波動関数の表示	31
2.5	密度演算子（行列）	35
2.6	代表的な基本問題	38
2.6.1	自由粒子	38
2.6.2	井戸型ポテンシャル	41
2.6.3	調和振動子	42
2.6.4	水素型原子	45
2.7	相対論的波動方程式	48
2.7.1	クライン-ゴールドン方程式	49
2.7.2	ディラック方程式	49
2.7.3	量子場としてのクライン-ゴールドン場	51
2.7.4	物質場の第 2 量子化（シュレディンガー場，ディラック場，電磁場）	54
第 3 章	行列力学と固有値問題	65
3.1	ハミルトニアンの対称性と保存量	65
3.2	調和振動子の行列力学	67
3.2.1	エネルギーの固有状態と離散完全系	68
3.2.2	コヒーレント状態と重複完全性	71

3.2.3	遷移の確率振幅	72
3.3	超対称量子力学	73
3.3.1	フェルミ振動子の行列表現とグラスマン変数	74
3.3.2	超対称構造を持つ力学系の固有値問題	77
3.4	行列の固有値と因数分解法	84
3.5	代表的な基本問題の再考	86
3.5.1	井戸型ポテンシャル問題の再考	86
3.5.2	水素型原子模型の再考	87
第 4 章	量子力学と経路積分	90
4.1	シュレディンガー方程式とグリーン関数	90
4.2	グリーン関数の経路積分表示	92
4.3	3次元球対称ポテンシャルの下での経路積分	97
4.4	コヒーレント状態と経路積分	100
4.5	経路積分による基本問題の再考	102
4.5.1	井戸型ポテンシャル再考 (II)	102
4.5.2	調和振動子再考 (II)	104
4.5.3	水素型原子再考 (II)	107
4.6	虚数時間の経路積分と統計力学	110
4.7	経路積分と母関数	114
4.7.1	N -点関数と母関数	114
4.7.2	2-点関数	115
4.8	場の量子論への応用	117
4.8.1	摂動展開の考え方	117
4.8.2	経路積分と拘束条件	120
第 5 章	量子力学と確率過程量子化	124
5.1	古典力学のハミルトン-ヤコビ理論と確率過程量子化	124
5.2	仮想時間のランジュバン方程式と経路積分	128
5.3	ゲージ理論への応用	132
付録 A	古典力学と正準力学	137
A.1	仮想仕事と最小作用の原理	137
A.2	力学の正準形式	139
A.2.1	正準共役変数と正準運動方程式	139
A.2.2	グラスマン変数の正準力学	140
A.2.3	ハミルトン-ヤコビ方程式	142
A.3	拘束条件を持つ力学系	144

付録 B 確率過程と確率微分方程式	147
B.1 ウィーナー過程	147
B.1.1 確率微分方程式	149
B.2 マルコフ過程とフォッカー-プランク方程式	150
B.3 白色ノイズと遷移の確率密度	151
付録 C ゲルファントの三つ組	154
C.1 状態空間の位相	154
付録 D 対称性と群	159
D.1 回転群	159
D.2 ローレンツ群	161
D.3 空間回転と角運動量	163
D.4 角運動量の基本表現と積表現	167
参考文献	169
人名索引	172
用語索引	174