

まえがき

一般相対論は完成から 100 年が過ぎる物理理論ですが、その深みも応用範囲も近年ますます発展しています。観測面ではついに重力波が直接検出され“時空のダイナミクス”という一般相対論の本質が確認されるとともに、その波源としてブラックホール連星系も発見され、一般相対論の予言は次々と確かめられています。理論的側面においても超弦理論における双対性やホログラフィーの概念の発展にともない、一般相対論が重力だけでなく超伝導などの物性理論やその他の様々な量子物理系を記述する可能性も探求されています。こうした進展の中心にあるのがブラックホールといえるでしょう。

観測宇宙に一樣に広がる構造の中、各々の銀河中心には太陽質量の数百万倍から数十億倍もある超巨大ブラックホールが存在すると考えられています。最近の重力波観測の波源天体が太陽の数十倍程度の重さのブラックホール連星であったことは、私たちの想像以上に宇宙全体にブラックホールが遍在している可能性を示唆しています。また、初期宇宙に起源をもつ原始ブラックホールには、原子核程度の極小なものも考えられます。こうした多様な存在形態が可能なのは、重力が万有引力であるため特徴的スケールをもたず、そして重力定数が極めて小さいため多くの状況でブラックホールが実質的に真空の孤立系となり、重力のみで成り立つといった理由があります。一般相対論は重力を時空の幾何学的な性質ととらえますから、“宇宙に星の数ほど存在するであろうブラックホールの理解には、時空の概念しか必要としない”と S. チャンドラセカールが述べている通りです。ブラックホールの不思議は次の 3 点に集約されるのではないのでしょうか。

1. 宇宙にあまねく、
2. 極小のものから超巨大なものまで広大なスケールにわたる、
3. 本質的に時空構造のみに基づく存在。

本書の目的は、この 3 番目にあたる時空の幾何学的観点からブラックホールの不思議を解説することです。

本書は東北大学、京都大学、大阪市立大学、名古屋大学、立教大学などでの集中講義を基にしています。伊形尚久さん（立教大研究員）には講義ノートを丁寧にまとめていただき助かりました。取り上げる題材の選択には東京工業大学の細谷・石原研究室（当時）、および小玉英雄先生のもとで学んだことを色濃くしました。数学的な解説にはできるだけ動機や効能をあたえ全体を物語るよう試みたつもりです。こうした姿勢は名古屋大学での先輩・後輩・友人に教えていただきました。近畿大学における学生の皆さんとの日々の議論も加味しました。サイエンス社の平勢耕介さん、大溝良平さんには辛抱強く原稿の完成を見守っていただきました。皆さんに心から感謝いたします。最後に折折に励ましをくれた兄にこの場を借りて感謝します。

目次

第 1 章	はじめに	1
1.1	ブラックホールの不思議	1
1.2	構成と基本文献	3
第 2 章	ブラックホール厳密解	5
2.1	Schwarzschild 解	5
2.2	Kerr 解	19
2.3	高次元ブラックホール	28
2.3.1	ブラック・ストリング解	28
2.3.2	Schwarzschild-Tangherlini 解	29
2.3.3	Myers-Perry 解	31
2.3.4	Emparan-Reall 解	37
2.3.5	非連結多重ブラックホール解	40
2.3.6	まとめ	41
第 3 章	時空特異点	42
3.1	正定値計量 Riemann 多様体	42
3.1.1	距離関数	42
3.1.2	測地線と直線	43
3.2	時空幾何のプローブ	47
3.2.1	因果的曲線の距離関数	48
3.2.2	因果的距離と共役点	52
3.2.3	因果的集合とその境界	54
3.3	特異点定理	57
3.3.1	特異点の定義	57
3.3.2	特異点の分類	59
3.3.3	特異点定理の条件と主張	60
3.3.4	Hawking-Penrose の定理	64
3.3.5	Penrose の定理	70
3.4	特異点定理の剛性	71
3.4.1	一般性条件に対する剛性：分解定理	71
3.4.2	強い重力場の条件に対する剛性：トポロジーと特異点	72

3.4.3	大域構造の条件に対する剛性：因果律の破れと特異点	72
第 4 章	ブラックホールの基本性質	74
4.1	ブラックホール時空の大域構造	74
4.1.1	光的無限遠と漸近的単純時空	74
4.1.2	ブラックホール領域	78
4.1.3	外部伝達領域	82
4.1.4	ブラックホールの面積則	82
4.1.5	見かけの地平面	85
4.2	ブラックホール時空のトポロジー	86
4.2.1	ブラックホール外部伝達領域のトポロジー	87
4.2.2	事象の地平面のトポロジーと同境理論 (Cobordism)	89
4.2.3	MOTS と GNCs	90
4.2.4	事象の地平面のトポロジーと山辺不変量	92
4.3	ブラックホール時空の対称性	96
4.3.1	Killing ホライズン	96
4.3.2	定常ブラックホールの剛性	102
4.4	大域的保存量	116
4.4.1	ADM 質量	117
4.4.2	対称性と保存量	117
4.5	定常ブラックホールの力学	118
4.5.1	第 1 法則：物理過程による導出	119
4.5.2	第 1 法則：正準形式による導出	120
第 5 章	ブラックホールの分類問題	125
5.1	無毛仮説と一意性定理	125
5.2	静的ブラックホールの一意性	128
5.3	定常回転ブラックホールの一意性	133
5.3.1	Weyl-Papapetrou 形式	134
5.3.2	軌道空間	138
5.3.3	調和写像と非線形 Σ 模型	141
5.3.4	標的空間の曲率と一意性	146
5.3.5	定常回転ブラックホールの一意性	150
5.4	未解決問題	152
付録 A	因果構造	154
A.1	因果的曲線と因果集合	154
A.2	因果律の条件	158

A.3	依存領域	159
A.4	大域的双曲性	160
付録 B	エネルギー条件と測地線束	162
B.1	エネルギー条件	163
B.1.1	弱いエネルギー条件 (The Weak Energy Condition: WEC)	163
B.1.2	強いエネルギー条件 (The Strong Energy Condition: SEC)	163
B.1.3	優勢エネルギー条件 (The Dominant Energy Condition: DEC)	163
B.1.4	光的エネルギー条件 (The Null Energy Condition: NEC)	164
B.2	因果的測地線束の振る舞い	164
B.2.1	時間的測地線束	165
B.2.2	光的測地線束	166
B.2.3	光的測地線束の振る舞い	169
付録 C	Gaussian Null Coordinates	171
C.1	光的超曲面	171
C.2	光的超曲面 \mathcal{N} への射影	173
C.3	接続係数	174
C.4	Ricci テンソル	175
	参考文献	177
	索引	183