

# まえがき

初版刊行から5年以上が過ぎた。おかげさまで多くの読者の皆様からご好評を頂いて、今回第2版を出す機会を得たことを、著者として大変有り難く思っている。この間にも研究は進み、量子多体系の基底状態に現れる量子纏れが引き起す局所強受動性という現象の発見をし、またホーキング輻射の純粋化パートナー等についても新しい理解を得た。今回の改訂に際して、その内容も加筆させていただいた。初版でも触れた協力者の方々に加えて、初版刊行後の共同研究者である Ralf Schüzhold 氏、Jose Trevison 氏に改めて感謝したい。また綿村尚毅、山口幸司、富塚健志の各氏には、共同研究だけでなく、原稿についても目を通してもらって、貴重なご意見を頂いた。深く感謝する。また本書を改訂するにあたり、ご苦勞をおかけした平勢耕介氏をはじめとするサイエンス社数理学編集部の皆様に感謝を申し上げたい。最後に、研究と執筆を陰ながら支えてくれた妻に感謝する。

2019年3月

堀田 昌寛

# まえがき (初版)

近年基礎物理学の分野で量子情報理論の様々なアイテムを用いた研究が進んでいる。例えば AdS/CFT 対応において共形場理論での量子纏れ (量子エンタングルメント) が負の宇宙項を持つ時空での重力理論を用いて幾何学的に計算できる笠-高柳公式<sup>[1]</sup> の発見が世界的に大きな驚きを与えた。最近ではブラックホール蒸発の情報喪失問題でも量子計算や量子テレポーテーション、量子纏れの一夫一妻制 (モノガミー) 等の量子情報理論の概念を用いて議論されることが多い。物性理論においても量子纏れを用いたトポロジカル相の秩序パラメータの存在も知られるようになった<sup>[2] [3]</sup>。また多スケール量子纏れ繰り込み仮説 (MERA)<sup>[4]</sup> という、量子情報理論の知見に基づいた新しい繰り込み群の手法も注目を集めている。このような潮流を背景に日本の物理学研究者や大学院生の中でも量子情報理論のニーズが高まっている。そのニーズに少しでも応えられるように、本書では多くの物理的例を紹介しながら大学院レベルの量子情報物理学の入門的実用書を目指した。本書の前半は量子状態を認識論的情報概念として捉える現代的コペンハーゲン解釈をベースにしながら、量子纏れ等の量子情報理論の必須アイテムを解説している。後半は特に量子情報の時空に絡んだ物理学への応用を論じている。

前半の第 1 章から第 4 章までは主に量子情報理論の物理学研究者向けの入門に当てられる。第 1 章では「量子情報とは何か」というテーマを様々な具体例を挙げながら深める。第 2 章では量子測定理論の基礎を解説した。ここでは理想測定ではない一般的な測定の定式化が紹介される。また量子状態は情報的概念であり、持っている系の知識量に応じて測定者毎に異なってもいいことも強調される。量子状態にそのような測定者依存性があっても、各量子状態から予言される測定結果に関しては全く矛盾を出さない巧妙な理論構造を量子力学が保持していることも見る。第 3 章では量子纏れを定義するのに必要な局所的操作と古典通信 (LOCC) の概念が導入される。また最も一般的な物理過程は量子通信路理論で使われる完全正值性写像という数学的概念で統一的に扱えることも述べる。第 4 章では量子纏れの操作論的定義から始まり、種々の量子纏れ指標が紹介される。後半の第 5 章から第 9 章までは量子情報が重要となる物理系とそのダイナミクスを扱う。第 5 章では測定による反作用が注目系の時間発展に影響を与える量子ゼノン効果について述べられる。第 6 章では量子場の真空状態において一様加速度運動をする測定者が熱浴を観測するウンルー効果を紹介し、その量子纏れの解析を行う。第 7 章ではブラックホールから放出されるホーキング輻射を情報理論的切り口から解析を行う。またブラックホール蒸発に関する情報喪失問題の最近の進展にも触れる。第 8 章では多体量子系の基底状態の量子纏れが負エネルギー領域を持つ量子状態を作り出すことが示される。また量子場における負エネルギーの性質とブラックホール蒸発における負エネルギー流も解説される。第 9 章では多体系基底状態の量子纏れを用いると LOCC によって操作論的な意味でのエネルギー転送が可能となる量子エネルギーテレポーテーション (quantum energy teleportation,

QET) という量子プロトコルが解説される。情報量とエネルギーの非自明な関係とともに、ブラックホール蒸発過程に対して QET が導く新たな知見が紹介される。

本書では一般相対論や場の量子論の初等レベルの知識を前提にしている。なお紙面の関係上、多くの興味深い量子情報物理学の進展を取り上げることができなかった。ここでは扱われない内容については他の教科書や論文またはレビュー記事等で補ってほしい。

本書の内容は共同研究者を含む多くの方々との様々なテーマでの議論がもとになっている。特に森川雅博、細谷暁夫、高木伸、清水明、小澤正直、小嶋泉、木村元、筒井泉、市川翼、佐々木寿彦、松本啓史、遊佐剛、泉田渉、南部保貞、二間瀬敏史、高柳匡、田崎晴明、沙川貴大、渡辺優、布能謙、松本路朗、吉村太彦、William G. Unruh, Michael Frey, Timothy Byrnes, Holger F. Hofmann, Saverio Pascazio の各氏との議論は本書に大きな影響を与えている。ここに記して感謝の意を表す。また松本路朗、木村元、佐々木寿彦の各氏には原稿前半部分についても目を通してもらって、貴重なご意見を頂いた。合わせて感謝したい。また本書を出版するにあたり、原稿の段階から出版までご苦勞をおかけした平勢耕介氏を初めとするサイエンス社「数理科学」編集部の皆様に感謝する。最後に、執筆を陰ながら支えてくれた妻に感謝する。

2013年9月

堀田 昌寛

# 目次

<b>第 1 章</b>	<b>量子情報と量子状態</b>	<b>1</b>
1.1	量子ビットと量子情報	1
1.2	量子状態が導く頻度主義的確率と単発測定における客観情報	2
1.3	量子状態トモグラフィ	3
1.4	混合状態の純粋化	6
1.5	量子情報のアイデンティティ	9
<b>第 2 章</b>	<b>量子測定</b>	<b>14</b>
2.1	ポインター基底測定	14
2.2	量子測定における現代的コペンハーゲン解釈のいくつかの本質的側面	16
2.3	一般化された量子測定	24
<b>第 3 章</b>	<b>量子操作</b>	<b>29</b>
3.1	一般的量子操作としての TPCP 写像	29
3.2	LOCC：局所的操作と古典通信	36
3.3	連鎖する測定過程としての LOCC	37
3.4	LOCC のユニタリー化	38
3.5	TPCP 写像と量子状態の間の双対性	41
<b>第 4 章</b>	<b>量子エンタングルメント</b>	<b>46</b>
4.1	量子エンタングルメントの操作論的定義	46
4.2	量子エンタングルメント解析における局所性の定義の重要性	48
4.3	エンタングルメントエントロピー	50
4.4	2 体系の状態変化と量子エンタングルメント	56
4.5	確率的 LOCC による状態変化と多体系の量子エンタングルメント	59
4.6	混合状態に対するエンタングルメント測度の一般論	64
4.7	ネガティブリティと対数ネガティブリティ	68
4.8	ガウス量子状態に対するネガティブリティ	77
4.9	基底状態のエンタングルメントと局所強受動性	83
4.10	量子テレポーテーション	88

<b>第 5 章</b>	<b>連続測定と量子ゼノン効果</b>	<b>93</b>
5.1	直接測定によるゼノン効果 . . . . .	93
5.2	間接測定での量子ゼノン効果の実現不可能性 . . . . .	98
5.3	一方向性量子ダイナミクスと崩壊時刻の確率分布 . . . . .	102
5.4	一方向性条件を厳密に満たすモデル . . . . .	105
<b>第 6 章</b>	<b>ウンルー効果と量子情報</b>	<b>107</b>
6.1	一様加速度運動をする測定者と等価原理 . . . . .	107
6.2	慣性系での量子場 . . . . .	109
6.3	一様加速度系での量子場 . . . . .	110
6.4	ウンルー効果とエンタングルメントエントロピー . . . . .	119
6.5	真空状態のネガティビティ . . . . .	125
6.6	ウンルー効果とブラックホール . . . . .	127
<b>第 7 章</b>	<b>ホーキング輻射と量子情報</b>	<b>129</b>
7.1	ブラックホール形成と動的鏡モデル . . . . .	129
7.2	2次元動的鏡モデル . . . . .	132
7.3	ホーキング輻射の量子纏れ . . . . .	133
7.4	量子纏れのモノガミーとホーキング輻射 . . . . .	138
7.5	ブラックホールの情報喪失問題 . . . . .	140
7.6	場の理論におけるパートナー公式 . . . . .	143
<b>第 8 章</b>	<b>量子エンタングルメントと負エネルギー</b>	<b>147</b>
8.1	基底状態の量子エンタングルメントが生み出す負エネルギー密度 . . . . .	147
8.2	量子場の負エネルギー密度 . . . . .	149
8.3	ブラックホール時空での負エネルギー密度流 . . . . .	154
<b>第 9 章</b>	<b>量子エネルギーテレポーテーション</b>	<b>157</b>
9.1	基底状態の量子エンタングルメント破壊と局所冷却問題 . . . . .	157
9.2	ミニマル QET モデル . . . . .	159
9.3	一般スピン鎖系における QET . . . . .	161
9.4	QET におけるエネルギーと情報量の関係性 . . . . .	164
9.5	量子場を用いた QET . . . . .	165
9.6	ブラックホールと QET . . . . .	170
<b>付録 A</b>	<b>連続系の状態トモグラフィ</b>	<b>174</b>
<b>付録 B</b>	<b>シュミット分解</b>	<b>176</b>

付録 C	フォンノイマンエントロピーの凹性の証明	178
付録 D	トレースノルムが行列凸関数である証明	181
付録 E	ガウス状態のネガティビティの公式の導出	183
参考文献		193
索引		197