



1章 C 問題の解答

46

(1) 与式 $= (z-y)x^3 - (z^3 - y^3)x + (yz^3 - y^3z)$ (文字 x について整理)

$$= (z-y)x^3 - (z-y)(z^2 + zy + y^2)x + (z-y)(z+y)yz$$

$$= (z-y)\{x^3 - (z^2 + zy + y^2)x + (z+y)zy\}$$
 (共通因数でくくる)
 (中括弧の中の式は x については3次、 y については2次である)
$$= (z-y)\{(z-x)y^2 + (z^2 - xz)y + (x^3 - xz^2)\}$$
 (文字 y について整理)
$$= (z-y)\{(z-x)y^2 + z(z-x)y - x(x+z)(z-x)\}$$

$$= (z-y)(z-x)\{y^2 + zy - x(x+z)\}$$
 (共通因数でくくる)
$$= (z-y)(z-x)(y-x)(y+x+z)$$

$$= (x-y)(y-z)(z-x)(x+y+z)$$

答 $(x-y)(y-z)(z-x)(x+y+z)$

(2) 与式 $= a^4 + a^2(-2b^2 - 8) + (b^4 - 8b^2 + 16)$ (文字 a について整理)

ここで $b^4 - 8b^2 + 16 = (b^2 - 4)^2 = \{(b+2)(b-2)\}^2 = (b+2)^2(b-2)^2$

$-2b^2 - 8 = -\{(b+2)^2 + (b-2)^2\}$ を用いて

与式 $= \{a^2 - (b+2)^2\}\{a^2 - (b-2)^2\} = \dots$

答 $(a+b+2)(a+b-2)(a-b+2)(a-b-2)$

(3) 1つの文字について整理した後、たすきがけを行う。

答 $(x+y+z)(xy+yz+zx)$

(4) 与式 $= \{(a+b+c)^3 - a^3\} - (b^3 + c^3)$

$$= (b+c)\{(a+b+c)^2 + (a+b+c)a + a^2\} - (b+c)(b^2 - bc + c^2)$$

$$= \dots = (b+c)(3a^2 + 3ab + 3bc + 3ca) = \dots$$

答 $3(a+b)(b+c)(c+a)$

(5) 公式 $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ より

$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3a^2b - 3ab^2$ となるので、

与式 $= (a+b)^3 + c^3 - 3a^2b - 3ab^2 - 3abc$

$$= \{(a+b)+c\}\{(a+b)^2 - (a+b)c + c^2\} - 3ab(a+b+c)$$

共通因数 $a+b+c$ でくくって、さらに計算する.

$$\text{答 } (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

47

$(x-4)^2$ で割ったときの商を $Q(x)$ とおくと、

$$x^7(x^2 + ax + b) = (x-4)^2 Q(x) + 4^7(x-4) \cdots \textcircled{1}$$

両辺に $x=4$ を代入.

$$4^7(4^2 + 4a + b) = 0 \quad \text{これより } b = -4a - 16 \cdots \textcircled{2}$$

① の左辺へ②を代入した上で、左辺を因数分解.

$$x^7(x-4)(x+a+4) = (x-4)^2 Q(x) + 4^7(x-4)$$

両辺を $x-4$ で割ると、 $x^7(x+a+4) = (x-4)Q(x) + 4^7$

両辺に $x=4$ を代入すると a が求まり、それを②へ代入すると b が求まる.

$$\text{答 } a = -7, b = 12$$

48

$x^2 + 3x + 2, x^2 + 4x + 3$ で割ったときの商を $R_1(x), R_2(x)$ とし、

$x^2 + 5x + 6$ で割ったときの商を $R_3(x)$, 余りを $ax + b$ とすると、

$$f(x) = (x^2 + 3x + 2)R_1(x) + 2x + 3 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(x) = (x^2 + 4x + 3)R_2(x) - x \cdots \textcircled{2}$$

$$f(x) = (x^2 + 5x + 6)R_3(x) + ax + b \cdots \textcircled{3}$$

$x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2), x^2 + 4x + 3 = (x+1)(x+3), x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$ に注

目して、①と③の両辺に $x = -2$ を代入して整理することで、

$$-2a + b = -1 \cdots \textcircled{4}$$

②と③の両辺に $x = -3$ を代入して整理することで、

$$-3a + b = 3 \cdots \textcircled{5}$$

④⑤を解けば a, b が求まる.

$$\text{答 } -4x - 9$$

49

第1項、第2項それぞれを有理化した上で計算.

$$\text{答 } \frac{2b\sqrt{a}}{a-b}$$

50

(1) 先に各項の分母、分子を因数分解しておくが良い.

$$\text{答 } \frac{-3x+4}{(x-2)(x-3)}$$

(2) 先に $1 - \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}}$ を求めておくが良い. 答 2