

付録 A 昇圧チョップパ回路の臨界(CCM と DCM の境界)条件

A.1 昇圧チョップパ回路の電流不連続モードの解析

昇圧チョップパ回路の動作解析は 4.1.2 項で述べたとおりである。

入出力の関係は

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{(T_{\text{OFF}} + T_{\text{ON}})}{T_{\text{OFF}}} = \frac{T_{\text{sw}}}{T_{\text{sw}} - T_{\text{ON}}} = \frac{1}{1 - D_F}$$

ここで、デューティ比 D_F は、

$$D_F = \frac{T_{\text{ON}}}{T_{\text{ON}} + T_{\text{OFF}}} = \frac{T_{\text{ON}}}{T_{\text{sw}}}$$

である。

このとき、電圧は決まるが、出力電流は負荷抵抗の影響も受ける。すなわち、電流は電力のバランスで決まる。

$$P_{\text{in}} = V_i I_i = V_i I_{\text{ave}} = V_o I_o = \frac{V_o^2}{R_o} = P_{\text{out}}$$

$$I_i = \frac{V_o^2}{V_i R_o} = \frac{1}{V_i R_o} \left(\frac{V_i}{1 - D_F} \right)^2 = \frac{V_i}{R_o} \left(\frac{1}{1 - D_F} \right)^2$$

すなわち、出力抵抗の大きさに反比例する。

もし、電流不連続モードになると、Mode III の電流ゼロ期間を考慮して電力バランスと電流バランスから出力電圧と入力電流が決定される。

Mode I と II は電流連続モードと同じである。Mode III が出現するため、 T_2 は出力側電圧の値によって変化する。また、出力側電圧は、負荷抵抗の影響を受ける。

$$I_p = \frac{V_i}{L} T_1 = \frac{V_o - V_i}{L} T_2$$

$$\therefore T_2 = \frac{V_i}{V_o - V_i} T_1$$

図 4.10 より、電流平均値は三角形の電流波形を電荷として求め、スイッチング周期 T_{sw} で平均する。

$$I_{\text{ave}} = \frac{1}{2} I_p \frac{T_1 + T_2}{T_{\text{sw}}} = \frac{1}{2} \left(\frac{V_i}{L} T_1 \right) \frac{T_1 + T_2}{T_{\text{sw}}}$$

$T_1 + T_2 + T_3 = T_{\text{sw}}$ なので、

$$D_F = \frac{T_1}{T_1 + T_2 + T_3} = \frac{T_1}{T_{\text{sw}}}$$

を用いると、

$$\begin{aligned} I_{\text{ave}} &= \frac{1}{2} I_p \frac{T_1 + T_2}{T_{\text{sw}}} = \frac{1}{2} \left(\frac{V_i}{L} T_1 \right) \left(\frac{T_1 + T_2}{T_1 + T_2 + T_3} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{V_i}{L} \frac{T_1}{T_{\text{sw}}} \right) (T_1 + T_2) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{V_i}{L} D_F \right) \left(T_1 + \frac{V_i}{V_o - V_i} T_1 \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{V_i}{L} D_F \right) \left(\frac{V_o}{V_o - V_i} \right) T_1 \end{aligned}$$

となるため、入力と出力の電力が等しいとすると、

$$P = P_{\text{in}} = V_i I_i = V_i I_{\text{ave}} = V_o I_o = \frac{V_o^2}{R_o} = P_{\text{out}}$$

$$P = \frac{1}{2} \left(\frac{V_i^2}{L} D_F \right) \left(\frac{V_o}{V_o - V_i} \right) T_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{V_i^2}{L} D_F \right) \left(\frac{V_o}{V_o - V_i} \right) D_F T_{\text{sw}} = \frac{V_o^2}{R_o}$$

$$\frac{V_o^2}{R_o} - \frac{1}{2} \left(\frac{V_i^2}{L} D_F \right) \left(\frac{V_o}{V_o - V_i} \right) D_F T_{\text{sw}} = 0$$

$$\frac{V_o^2}{R_o} \left(\frac{V_o}{V_o - V_i} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{V_i^2}{L} D_F \right) D_F T_{\text{sw}} = 0$$

$$\frac{V_o^2}{R_o} - \frac{V_o V_i}{R_o} - \frac{1}{2} \left(\frac{V_i^2}{L} \right) D_F^2 T_{\text{sw}} = 0$$

$$V_o^2 - V_o V_i - \frac{1}{2} \left(\frac{R_o V_i^2}{L} \right) D_F^2 T_{\text{sw}} = 0$$

$$V_o = \frac{1}{2} \left\{ 1 \pm \sqrt{1 + 2 \left(\frac{R_o}{L} \right) D_F^2 T_{\text{sw}}} \right\} V_i$$

V_o は正でなければならないので、

$$V_o = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \sqrt{1 + 2 \left(\frac{R_o}{L} \right) D_F^2 T_{\text{sw}}} \right\} V_i$$

となり、出力電圧 V_o は負荷抵抗 R_o 、インダクタンス L 、スイッチング周波数 $f_{\text{sw}} = 1/T_{\text{sw}}$ の影響を受ける。

昇降圧比を β とすると次の式で表される。

$$\beta = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \sqrt{1 + 2 \left(\frac{R_o}{L} \right) D_F^2 T_{sw}} \right\}$$

A.2 昇圧チョップパ回路の臨界(CCM と DCM の境界)条件

デューティ比 D_F が臨界(CCM と DCM の境界)値を取るためには $T_3=0$ となるので、次の式を満たす必要がある。

$$\beta = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1 - D_F}$$

$$1 - D_F = \frac{1}{\beta}, \quad D_F = \frac{T_1}{T_{sw}} = 1 - \frac{1}{\beta} = \frac{\beta - 1}{\beta} \quad \text{なので}$$

$$T_{sw} = T_1 + T_2 = \left(\frac{\beta}{\beta - 1} \right) T_1 = \left(\frac{\beta}{\beta - 1} \right) D_F T_{sw}$$

この条件は電流連続モード(CCM)では常に満たされている。即ち $\beta = \{1/(1-D_F)\}$ を代入すれば、上の式が成り立つ。

そこで、臨界(CCM と DCM の境界)条件は、不連続モードの昇降圧比 β がこの条件を満たすことである。即ち、CCM と DCM の昇降圧比の式が一致することである。従って、

$$\beta = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1 - D_F} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \sqrt{1 + 2 \left(\frac{R_o}{L} \right) D_F^2 T_{sw}} \right\}$$

となるデューティ比 D_F をとるときである。

$$\begin{aligned} 1 + \sqrt{1 + 2 \left(\frac{R_o}{L} \right) D_F^2 T_{sw}} &= \frac{2}{1 - D_F} \\ \sqrt{1 + 2 \left(\frac{R_o}{L} \right) D_F^2 T_{sw}} &= \frac{2}{1 - D_F} - 1 = \frac{2 - (1 - D_F)}{1 - D_F} = \frac{1 + D_F}{1 - D_F} \\ \gamma &= 2 \left(\frac{R_o}{L} \right) T_{sw} \end{aligned}$$

とにおいて、両辺を二乗すると

$$1 + 2\left(\frac{R_o}{L}\right)D_F^2 T_{sw} = 1 + \gamma D_F^2 = \left(\frac{1 + D_F}{1 - D_F}\right)^2$$

$$(1 - D_F)^2(1 + \gamma D_F^2) = (1 + D_F)^2$$

$$(1 - 2D_F + D_F^2)(1 + \gamma D_F^2) = (1 + 2D_F + D_F^2)$$

となり、 D_F の方程式にすると、

$$(1 - 2D_F + D_F^2) + (1 - 2D_F + D_F^2)(\gamma D_F^2) = (1 + 2D_F + D_F^2)$$

$$-4D + (1 - 2D_F + D_F^2)(\gamma D_F^2) = 0$$

$$\gamma D_F^4 - 2\gamma D_F^3 + \gamma D_F^2 - 4D_F = 0$$

$$(\gamma D_F^3 - 2\gamma D_F^2 + \gamma D_F - 4)D_F = 0$$

の解が臨界条件を満たすデューティ比となる。

【演習 1】：式の導出を確認せよ。

【演習 2】：製作する回路の入力電圧 V_i 、負荷抵抗 R_o 、

インダクタンス L 、スイッチング周波数 $f_{sw}=1/T_{sw}$ を想定し、

臨界(CCM と DCM の境界)条件となるデューティ比 D_F を求めよ。

例えば、入力電圧 $V_i=100V$ 、負荷抵抗 $R_o=170\Omega$ 、インダクタンス $L=1mH$ 、スイッチング周波数 $f_{sw}=10kHz$ として計算してみよ。

(なお、下記のウェブサイトです 3 次方程式の解を計算できる。

<http://keisan.casio.jp/exec/system/1256966554>

三次方程式は代数的に根を求めることができ、カルダノの方法で求めている。

三次方程式の解の公式については、例えば、

<http://hooktail.sub.jp/algebra/CubicEquation/index.pdf>

を参照すると良い。)

入力電圧 $V_i=100V$ 、負荷抵抗 $R_o=170\Omega$ 、インダクタンス $L=1mH$ 、スイッチング周波数 $f_{sw}=10kHz$ として、

3 次方程式を解くと、CCM から DCM へ変化するデューティ比は $D_F=0.17132$ 、DCM から CCM へ変化するデューティ比は $D_F=0.527937$ となった。

表 付 A-1

インダクタンス(L)	モード移行	デューティ比 D_F
L=1mH	CCM=>DCM	0.17132
L=1mH	DCM=>CCM	0.527937

デューティ比に対して、 T_3 を計算し、昇降圧比も計算すると下図のようになる。

T_3 がマイナスのとき、CCM（電流連続モード）である。

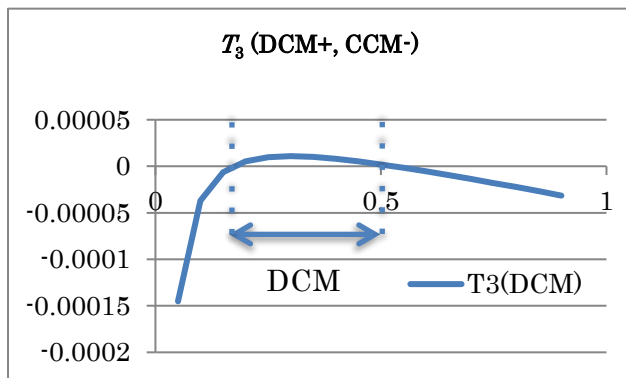


図 付 A-1 DCM となるデューティ比の計算結果

(横軸：デューティ比 D_F)

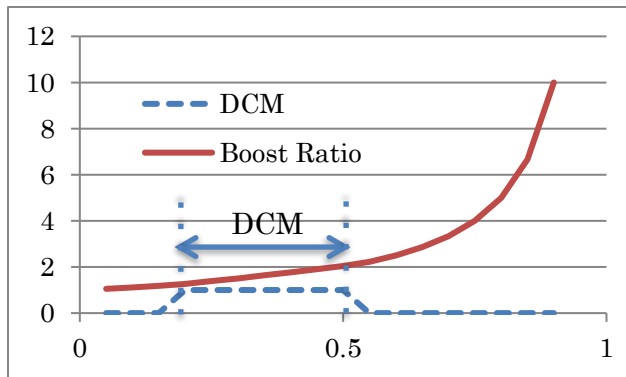


図 付 A-2 DCM と CCM があるときの昇降圧比の計算結果

(横軸：デューティ比 D_F)