

WEB解説3.1 最小2乗法

前回作成したファイルを開く

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	i	Xi	Yi	(Xi-XB)	(Yi-YB)	(Xi-XB)^2	(Yi-YB)^2	(Xi-XB)(Yi-YB)			
2	1	10	6	-3	-2.75	9	7.5625	8.25			
3	2	12	9	-1	0.25	1	0.0625	-0.25			
4	3	14	10	1	1.25	1	1.5625	1.25			
5	4	16	10	3	1.25	9	1.5625	3.75			
6	和	52	35			20	10.75	13			
7	平均	13	8.75			Sxx	Syy	Sxy			
8		13	8.75		分散	6.666667	3.583333	4.333333333	共分散		
9						6.666667	3.583333	4.333333333			
10					標準偏差	2.581989	1.892969	0.886592641	相関係数		
11						2.581989	1.892969	0.886592641			
12											

βの推定

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	i	Xi	Yi	(Xi-XB)	(Yi-YB)	(Xi-XB)^2	(Yi-YB)^2	(Xi-XB)(Yi-YB)		
2	1	10	6	-3	-2.75	9	7.5625	8.25		
3	2	12	9	-1	0.25	1	0.0625	-0.25		
4	3	14	10	1	1.25	1	1.5625	1.25		
5	4	16	10	3	1.25	9	1.5625	3.75		
6	和	52	35			20	10.75	13		
7	平均	13	8.75			Sxx	Syy	Sxy		
8		13	8.75		分散	6.666667	3.583333	4.333333333	共分散	
9						6.666667	3.583333	4.333333333		
10					標準偏差	2.581989	1.892969	0.886592641	相関係数	
11						2.581989	1.892969	0.886592641		
12										
13										
14										
15										

Beta hat=
Alpha hat= +

①計算結果を示したいセルの隣に名前を入力。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	i	Xi	Yi	(Xi-Bi)	(Yi-YB)	(Xi-Bi)^2	(Yi-YB)^2	(Xi-XB)(Yi-YB)		
2	1	10	6	-3	-2.75	9	7.5625	8.25		
3	2	12	9	-1	0.25	1	0.0625	-0.25		
4	3	14	10	1	1.25	1	1.5625	1.25		
5	4	16	10	3	1.25	9	1.5625	3.75		
6	和	52	35			20	10.75	13		
7	平均	13	8.75			Sxx	Syy	Sxy		
8					分散	6.666667	3.583333	4.333333333	共分散	
9						6.666667	3.583333	4.333333333		
10					標準偏差	2.581989	1.892969	0.886592641	相関係数	
11						2.581989	1.892969	0.886592641		
12										
13										
14										
15										
16										
17										

Beta hat= $=H6/F6$
Alpha hat=

Sxyが計算されているH6 と
Sxxが入力されているF6 の比をとり、
『=H6/F6』と入力する。

α の推定

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	i	Xi	Yi	(Xi-Bi)	(Yi-YB)	(Xi-Bi)^2	(Yi-YB)^2	(Xi-XB)(Yi-YB)		
2	1	10	6	-3	-2.75	9	7.5625	8.25		
3	2	12	9	-1	0.25	1	0.0625	-0.25		
4	3	14	10	1	1.25	1	1.5625	1.25		
5	4	16	10	3	1.25	9	1.5625	3.75		
6	和	52	35			20	10.75	13		
7	平均	13	8.75			Sxx	Syy	Sxy		
8					分散	6.666667	3.583333	4.333333333	共分散	
9						6.666667	3.583333	4.333333333		
10					標準偏差	2.581989	1.892969	0.886592641	相関係数	
11						2.581989	1.892969	0.886592641		
12										
13				Beta hat=	0.65					
14				Alpha hat=	=C7-D13*B7					
15										
16										

『=C7-D13*B7』と入力する。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	i	X_i	Y_i	$(X_i - \bar{X})$	$(Y_i - \bar{Y})$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(Y_i - \bar{Y})^2$	$(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$		
2	1	10	6	-3	-2.75	9	7.5625	8.25		
3	2	12	9	-1	0.25	1	0.0625	-0.25		
4	3	14	10	1	1.25	1	1.5625	1.25		
5	4	16	10	3	1.25	9	1.5625	3.75		
6	和	52	35			20	10.75	13		
7	平均	13	8.75			S_{xx}	S_{yy}	S_{xy}		
8		13	8.75		分散	6.666667	3.583333	4.333333333	共分散	
9						6.666667	3.583333	4.333333333		
10					標準偏差	2.581989	1.892969	0.886592641	相関係数	
11						2.581989	1.892969	0.886592641		
12										
13			$\hat{\beta} =$	0.65						
14			$\hat{\alpha} =$	0.3						
15										
16										

理論値を出すための準備

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	i	X_i	Y_i	$(X_i - \bar{X})$	$(Y_i - \bar{Y})$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(Y_i - \bar{Y})^2$	$(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$	$=B1$	
2		1	10	6	-3	-2.75	9	7.5625	8.25	
3		2	12	9	-1	0.25	1	0.0625	-0.25	
4		3	14	10	1	1.25	1	1.5625	1.25	
5		4	16	10	3	1.25	9	1.5625	3.75	
6	和		52	35			20	10.75	13	
7	平均		13	8.75		S_{xx}	S_{yy}	S_{xy}		
8			13	8.75		分散	6.666667	3.583333	4.33333333	共分散
9							6.666667	3.583333	4.33333333	
10					標準偏差	2.581989	1.892969	0.88659264	0.88659264	相関係数
11						2.581989	1.892969	0.88659264		
12										
13			Beta hat=	0.65						
14			Alpha hat=	0.3						
15										

①『=B1』と入力。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	i	X_i	Y_i	$(X_i - \bar{X})$	$(Y_i - \bar{Y})$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(Y_i - \bar{Y})^2$	$(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$	X_i		
2		1	10	6	-3	-2.75	9	7.5625	8.25	10	
3		2	12	9	-1	0.25	1	0.0625	-0.25	12	
4		3	14	10	1	1.25	1	1.5625	1.25	14	
5		4	16	10	3	1.25	9	1.5625	3.75	16	
6	和		52	35			20	10.75	13		
7	平均		13	8.75		S_{xx}	S_{yy}	S_{xy}			
8			13	8.75		分散	6.666667	3.583333	4.33333333	共分散	
9							6.666667	3.583333	4.33333333		
10					標準偏差	2.581989	1.892969	0.88659264	0.88659264	相関係数	
11						2.581989	1.892969	0.88659264			
12											
13			Beta hat=	0.65							
14			Alpha hat=	0.3							
15											

②数式をコピーし、Xの数値を表示する。

- Yについても同様に

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	i	Xi	Yi	(Xi-Bi)	(Yi-YB)	(Xi-Bi)^2	(Yi-YB)^2	(Xi-XB)(Yi-YB)	Xi	Yi	
2	1	10	6	-3	-2.75	9	7.5625	8.25	10	6	
3	2	12	9	-1	0.25	1	0.0625	-0.25	12	9	
4	3	14	10	1	1.25	1	1.5625	1.25	14	10	
5	4	16	10	3	1.25	9	1.5625	3.75	16	10	
6	和	52	35			20	10.75	13			
7	平均	13	8.75			Sxx	Syy	Sxy			
8					分散	6.666667	3.583333	4.333333333	共分散		
9						6.666667	3.583333	4.333333333			
10					標準偏差	2.581989	1.892969	0.886592641	相関係数		
11						2.581989	1.892969	0.886592641			
12											
13			Beta hat=	0.65							
14			Alpha hat=	0.3							
15											
16											

理論値の計算

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	i	Xi	Yi	(Xi-Bi)	(Yi-YB)	(Xi-Bi)^2	(Yi-YB)^2	(Xi-XB)(Yi-YB)	Xi	Yi	YiH	
2	1	10	6	-3	-2.75	9	7.5625	8.25	10	6	= \$D\$14+\$D\$13*I2	
3	2	12	9	-1	0.25	1	0.0625	-0.25	12	9		
4	3	14	10	1	1.25	1	1.5625	1.25	14	10		
5	4	16	10	3	1.25	9	1.5625	3.75	16	10		
6	和	52	35			20	10.75	13				
7	平均	13	8.75			Sxx	Syy	Sxy				
8					分散	6.666667	3.583333	4.333333333				
9						6.666667	3.583333	4.333333333				
10					標準偏差	2.581989	1.892969	0.886592641				
11						2.581989	1.892969	0.886592641				
12												
13					Beta hat=	0.65						
14					Alpha hat=	0.3						
15												

①1つ目のデータの理論値を計算するために、『=\$D\$14+\$D\$13*I2』を入力。

H	I	J	K	L
-XB)(Yi-YB)	Xi	Yi	YiH	
8.25	10	6	6.8	
-0.25	12	9		
1.25	14	10		
3.75	16	10		
13				
4.333333333	共分散			
4.333333333				
0.886592641	相関係数			

②他のデータの理論値を計算するため、数式をコピー。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	i	Xi	Yi	(Xi-XB)	(Yi-YB)	(Xi-XB)^2	(Yi-YB)^2	(Xi-XB)(Yi-YB)	Xi	Yi	YiH	
2	1	10	6	-3	-2.75	9	7.5625	8.25	10	6	6.8	
3	2	12	9	-1	0.25	1	0.0625	-0.25	12	9	8.1	
4	3	14	10	1	1.25	1	1.5625	1.25	14	10	9.4	
5	4	16	10	3	1.25	9	1.5625	3.75	16	10	10.7	
6	和	52	35			20	10.75	13				
7	平均	13	8.75			Sxx	Syy	Sxy				
8		13	8.75		分散	6.666667	3.583333	4.333333333	共分散			
9						6.666667	3.583333	4.333333333				
10					標準偏差	2.581989	1.892969	0.886592641	相関係数			
11						2.581989	1.892969	0.886592641				
12												
13			Beta hat=	0.65								
14			Alpha hat=	0.3								
15												

理論値が計算された。

残差の計算

①『=J2-K2』を入力。

	I	J	L	M
-YB)	Xi	Yi	YiH	uiH
8.25	10	6	6.8	=J2-K2
-0.25	12	9	8.1	
1.25	14	10	9.4	
3.75	16	10	10.7	
13				
33333	共分散			

②数式をコピー。

	K	L
	YiH	uiH
6	6.8	-0.8
9	8.1	
10	9.4	
10	10.7	

	J	K	L	M
1		YiH	uiH	
	6	6.8	-0.8	
	9	8.1	0.9	
	10	9.4	0.6	
	10	10.7	-0.7	

③残差が計算された。

	I	J	K	L	M
-YB)	Xi	Yi	YiH	uiH	
8.25	10	6	6.8	-0.8	
-0.25	12	9	8.1	0.9	
1.25	14	10	9.4	0.6	
3.75	16	10	10.7	-0.7	
13				=sum(L2:L5)	
33333	共分散				

①残差の和を
計算する。

	I	J	K	L	M
	Xi	Yi	YiH	uiH	
	10	6	6.8	-0.8	
	12	9	8.1	0.9	
	14	10	9.4	0.6	
	16	10	10.7	-0.7	
				3.55271E-15	
	共分散				
	相関係数				

②0に近い値が
得られた。

残差の性質の確認2

	I	J	K	L	M
(1-YB)	Xi	Yi	YiH	uiH	uiH*X
8.25	10	6	6.8	-0.8	=L2*M2
-0.25	12	9	8.1	0.9	
1.25	14	10	9.4	0.6	
3.75	16	10	10.7	-0.7	
13				3.55271 E-15	

①残差とXの積を計算する。

L	M	N
uiH	uiH*X	
-0.8	-8	
0.9		
0.6		
-0.7		
3.55271 E-15		

②数式をコピー。

YiH	uiH	uiH*X
6.8	-0.8	-8
8.1	0.9	10.8
9.4	0.6	8.4
10.7	-0.7	-11.2
	3.55271 E-15	

③計算された値を確認。

I	J	K	L	M	N
Xi	Yi	YiH	uiH	uiH*X	
10	6	6.8	-0.8	-8	
12	9	8.1	0.9	10.8	
14	10	9.4	0.6	8.4	
16	10	10.7	-0.7	-11.2	
			3.55271 E-15	=SUM(M2:M5)	
共分散					

①和を計算する。

	I	J	K	L	M
-YB)	Xi	Yi	YiH	uiH	uiH*X
8.25	10	6	6.8	-0.8	-8
-0.25	12	9	8.1	0.9	10.8
1.25	14	10	9.4	0.6	8.4
3.75	16	10	10.7	-0.7	-11.2
13				3.55271 E-15	4.61853E-14
33333	共分散				
33333					
92641	相関係数				
33333					

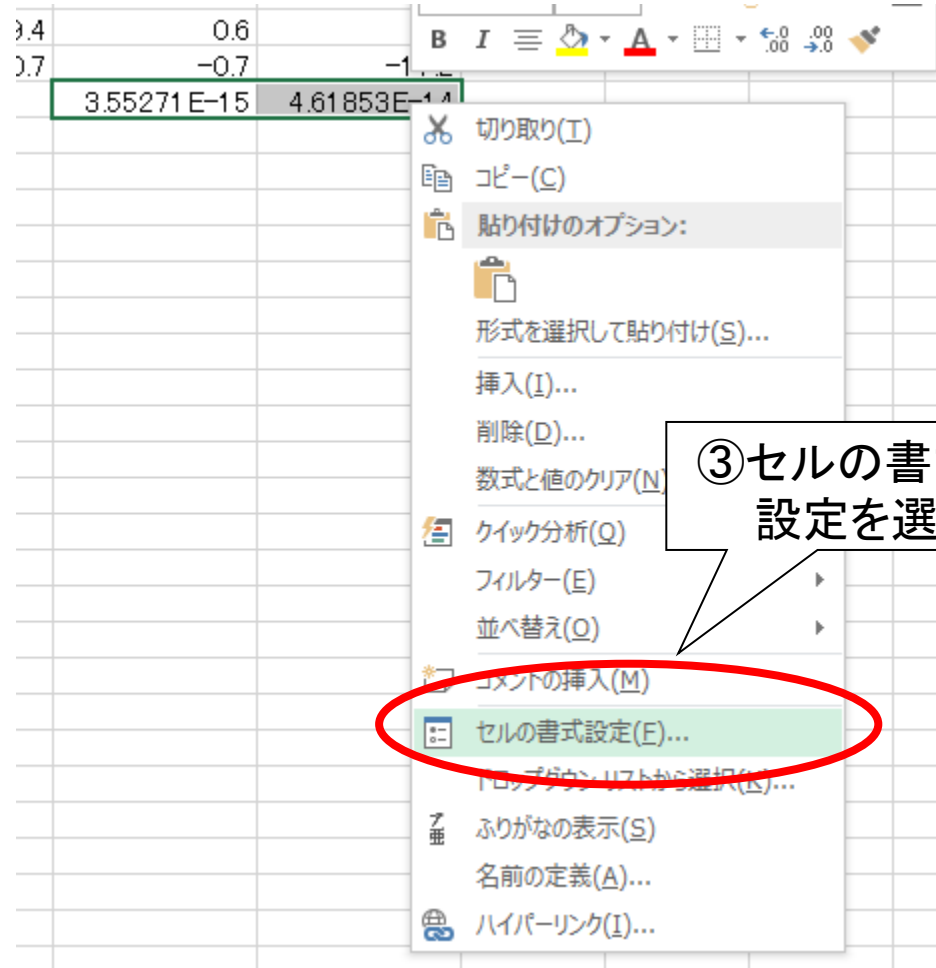
②0に近い値で計算される。

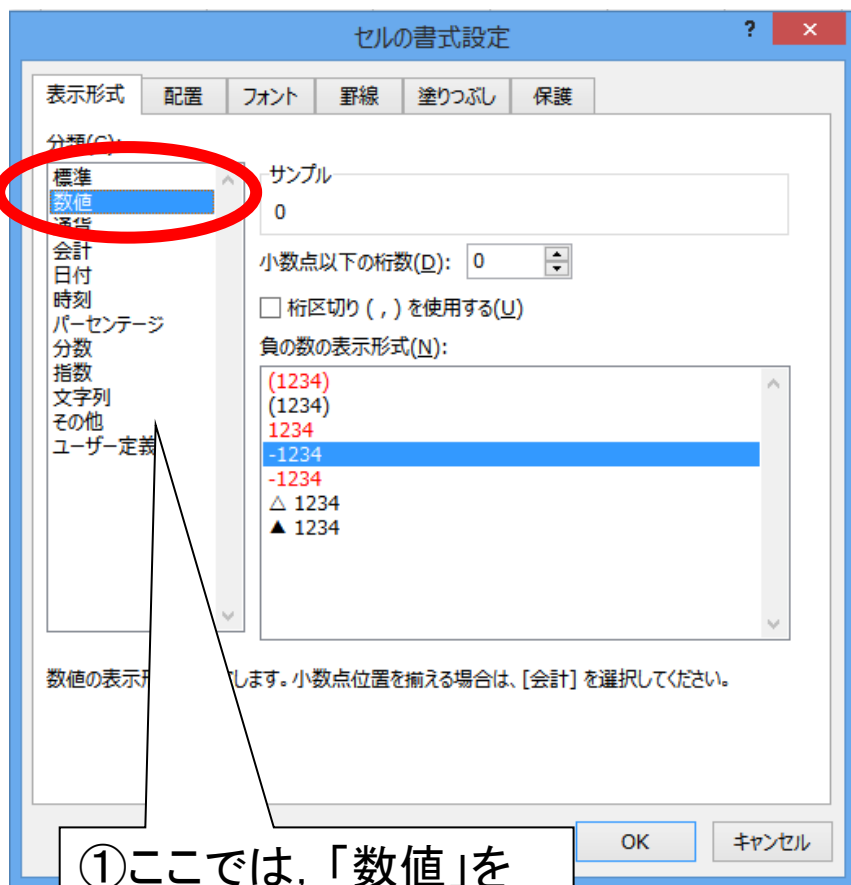
(参考)セルの表示形式

	L	M	N
	uiH	uiH*X	
0.8	-0.8	-8	
0.1	0.9	10.8	
0.4	0.6	8.4	
0.7	-0.7	-11.2	
	3.55271 E-15	4.61853 E-14	

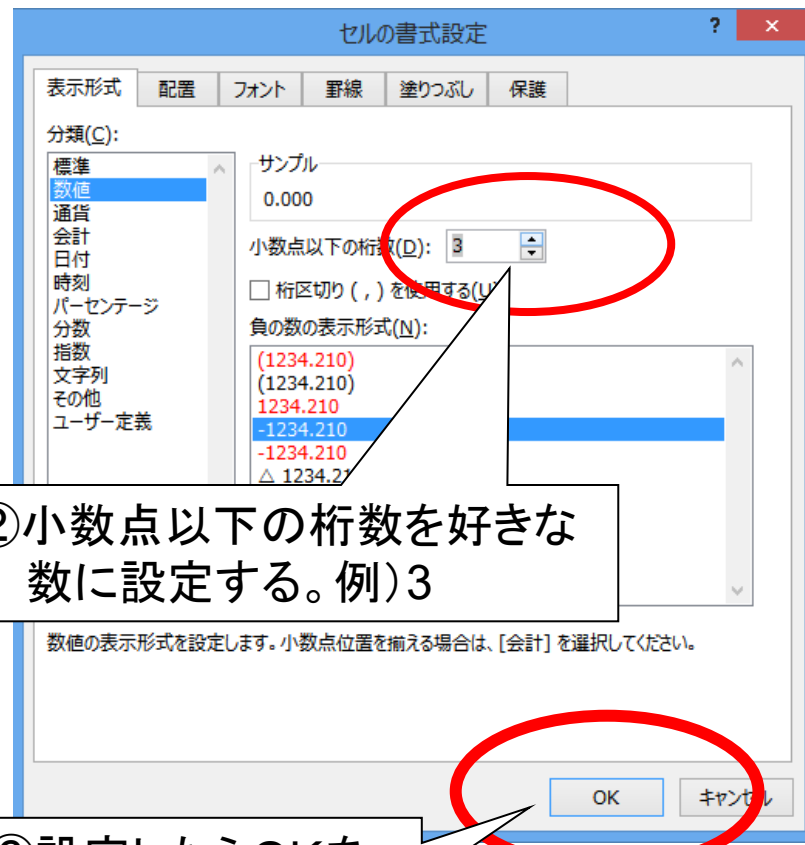
①2つのセルを同時に選択。

②右クリックすると、右側の図のようになる。





①ここでは、「数値」を選ぶ。



②小数点以下の桁数を好きな数に設定する。例)3

③設定したらOKを押す。

	I	J	K	L	M	N	O
-YB)	Xi	Yi	YiH	uiH	uiH*X		
8.25	10	6	6.8	-0.8	-8		
-0.25	12	9	8.1	0.9	10.8		
1.25	14	10	9.4	0.6	8.4		
3.75	16	10	10.7	0.7	11.2		
13				0.000	0.000		
33333	共分散						
33333							
92641	相関係数						
92641							

先ほどの数字が, 0と
表示されているのがわかる。

決定係数の計算1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	i	Xi	Yi	(Xi-Bi)	(Yi-YB)	(Xi-Bi)^2	(Yi-YB)^2	(Xi-Bi)(Yi-YB)	Xi	Yi	YiH	uiH	uiH*X	(YiH-YB)^2	
2	1	10	6	-3	-2.75	9	7.5625	8.25	10	6	6.8	-0.8	-8	3.8025	
3	2	12	9	-1	0.25	1	0.0625	-0.25	12	9	8.1	0.9	10.8	0.4225	
4	3	14	10	1	1.25	1	1.5625	1.25	14	10	9.4	0.6	8.4	0.4225	
5	4	16	10	3	1.25	9	1.5625	3.75	16	10	10.7	-0.7	-11.2	3.8025	
6	和	52	35			20	10.75	13							
7	平均	13	8.75												
8					分散	6.666667	3.583333	4.333333333							
9					標準偏差	2.581989	1.892969	0.886592641							
10															
11															
12															
13			Beta hat=	0.65											
14			Alpha hat=	0.3											

②数式をコピー。

①計算のための、理論値の偏差2乗を計算する。
『=(K2-\$C\$7)^2』を入力する。

③理論値の偏差2乗が計算された。

J	K	L	M	N
Yi	YiH	uiH	uiH*X	(YiH-YB)^2
6	6.8	-0.8	-8	3.8025
9	8.1	0.9	10.8	0.4225
10	9.4	0.6	8.4	0.4225
10	10.7	-0.7	-11.2	3.8025
		0.000	0.000	

L	M	N	O
	uiH*X	(YiH-YB)^2	
-0.8	-8	3.8025	
0.9	10.8	0.4225	
0.6	8.4	0.4225	
-0.7	-11.2	3.8025	
0.000	0.000	=SUM(N2:N5)	

①偏差2乗の和を計算する。
『=sum(N2:N5)』と入力。

F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
(Xi-Bi)^2	(Yi-YB)^2	(Xi-XB)(Yi-YB)	Xi	Yi	YiH	uiH	uiH*X	(YiH-YB)^2	
5 9	7.5625	8.25	10	6	6.8	-0.8	-8	3.8025	
5 1	0.0625	-0.25	12	9	8.1	0.9	10.8	0.4225	
5 1	1.5625	1.25	14	10	9.4	0.6	8.4	0.4225	
5 9	1.5625	3.75	16	10	10.7	-0.7	-11.2	3.8025	
20	10.75	13				0.000	0.000	8.45	
Sxx	Syy	Sxy							
6.666667	3.583333	4.333333333	共分散						
6.666667	3.583333	4.333333333							
2.581989	1.892969	0.886592641	相関係数						
2.581989	1.892969	0.886592641							

R2=

=N6/G6

②決定係数を計算するために
『=N6/G6』を入力する。

	I	J	K	L	M	N	O
-YB)	Xi	Yi	YiH	uiH	uiH*X	(YiH-YB)^2	
8.25	10	6	6.8	-0.8	-8	3.8025	
-0.25	12	9	8.1	0.9	10.8	0.4225	
1.25	14	10	9.4	0.6	8.4	0.4225	
3.75	16	10	10.7	-0.7	-11.2	3.8025	
13				0.000	0.000	8.45	
33333	共分散						
33333				R2=	0.786046512		
92641	相関係数						
92641							

0.786と計算された。

決定係数の計算2

L	M	N	O
uiH	uiH*X	(YiH-YB)^2	uiH^2
-0.8	-8	3.8025	=L2^2
0.9	10.8	0.4225	
0.6	8.4	0.4225	
-0.7	-11.2	3.8025	
0.000	0.000	8.45	

①残差2乗を計算する。
『=L2^2』を入力。

N	O	P
(YiH-YB)^2	uiH^2	
-8	3.8025	0.64
10.8	0.4225	
8.4	0.4225	
-11.2	3.8025	
0.000	8.45	

②コピー。

L	M	N	O	P
uiH	uiH*X	(YiH-YB)^2	uiH^2	
6.8	-0.8	-8	3.8025	0.64
8.1	0.9	10.8	0.4225	0.81
9.4	0.6	8.4	0.4225	0.36
10.7	-0.7	-11.2	3.8025	0.49
	0.000	0.000	8.45	=sum(O2:O5)
R2=	0.786046512			

③合計を計算する。
『=sum(O2:O5)』と入力。

O	P
YB) uiH^2	
025	0.64
225	0.81
225	0.36
025	0.49
45	2.3

④残差2乗和が
計算された。

F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
$(X_i - \bar{X})^2$	$(Y_i - \bar{Y})^2$	$(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$	X_i	Y_i	$Y_i H$	$u_i H$	$u_i H * X$	$(Y_i H - \bar{Y})^2$	$u_i H^2$	
9	7.5625	8.25	10	6	6.8	-0.8	-8	3.8025	0.64	
1	0.0625	-0.25	12	9	8.1	0.9	10.8	0.4225	0.81	
1	1.5625	1.25	14	10	9.4	0.6	8.4	0.4225	0.36	
9	1.5625	3.75	16	10	10.7	-0.7	-11.2	3.8025	0.49	
20	10.75	13				0.000	0.000	8.45	2.3	
Sxx	Syy	Sxy								
6.666667	3.583333	4.333333333	共分散							
6.666667	3.583333	4.333333333				R2=	0.786046512			
2.581989	1.892969	0.886592641	相関係数							
2.581989	1.892969	0.886592641				R2=	$= 1 - O6 / G6$			

残差2乗和を使う方法で決定係数を計算する。
『 $=1 - O6 / G6$ 』を入力する。

K	L	M	N
H	uiH	uiH*X	(YiH-Y
6.8	-0.8	-8	3.80
8.1	0.9	10.8	0.42
9.4	0.6	8.4	0.42
10.7	-0.7	-11.2	3.80
	0.000	0.000	8
	R2=	0.786046512	
	R2=	0.786046512	

どちらの計算方法
を使っても、同じ値
の決定係数が計算
できる。

(参考)Yのデータを変更し 同様の計算を試みる

Yのデータを, 4,3,4,6に変更。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	i	Xi	Yi	(Xi-Bi)	(Yi-YB)	(Xi-Bi)^2	(Yi-YB)^2	(Xi-XB)(Yi-YB)	Xi	Yi	YiH	uiH	uiH*X	(YiH-YB)^2	uiH^2
2	1	10	4	-3	-0.25	9	0.0625	0.75	10	4	3.2	0.8	8	1.1025	0.64
3	2	12	3	-1	-1.25	1	1.5625	1.25	12	3	3.9	-0.9	-10.8	0.1225	0.81
4	3	10	4	1	-0.25	1	0.0625	-0.25	14	4	4.6	-0.6	-8.4	0.1225	0.36
5	4	16	6	3	1.75	9	3.0625	5.25	16	6	5.3	0.7	11.2	1.1025	0.49
6	和	52	17			20	4.75	7				0.000	0.000	2.45	2.3
7	平均	13	4.25			Sxx	Syy	Sxy							
8					分散	6.666667	1.583333	2.333333333	共分散						
9						6.666667	1.583333	2.333333333							
10					標準偏差	2.581989	1.258306	0.718184846	相関係数						
11						2.581989	1.258306	0.718184846							
12															
13			Beta hat=	0.35											
14			Alpha hat=	-0.3											
15															

前の結果と比較すると、
変わっているか？
同じか？